



CE QUE NOUS APPREND LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE SUR L'USAGE DES TECHNOLOGIES POUR L'ENSEIGNEMENT ET L'APPRENTISSAGE DE LA GÉOMÉTRIE

Sophie Soury-Lavergne
Institut Français de l'Éducation, ENS de Lyon
Laboratoire S2HEP, Université de Lyon
Université Grenoble Alpes
7 février 2022, Université de Mons





3

LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE POUR L'APPRENTISSAGE ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Qu'est-ce que la géométrie dynamique ?

La géométrie dynamique, un micromonde pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Micromonde : Logo et travaux de Papert (1980)

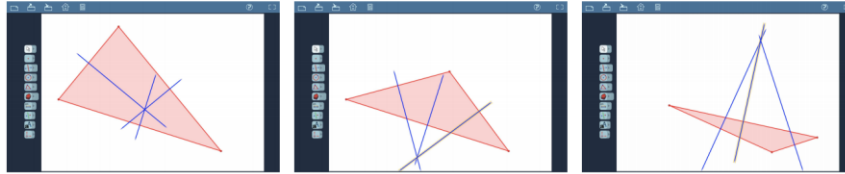
« Environnement numérique avec des règles et la possibilité de manipuler des représentations graphiques, embarquant un ensemble cohérent de concepts scientifiques et de relations, tel que les élèves puissent s'engager dans des activités d'exploration et de construction significatives par rapport aux connaissances mathématiques » (Healy & Kynigos 2010)

La géométrie dynamique : des représentations d'objets géométriques et le déplacement, fonctionnalité clef, révélatrice des propriétés géométriques utilisées pour construire la figure et de celles qui s'en déduisent

4

Démo avec le logiciel Cabri Express (gratuit) <http://cabricloud.com>

Construction d'un triangle et de ses trois médiatrices. Constat : les médiatrices sont concourantes, y compris lorsque les sommets du triangles se déplacent.



5

La géométrie dynamique, un EIAH emblématique

EIAH - Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain

Domaine de recherche qui considère la technologie pas seulement comme un moyen de faire apprendre, mais aussi comme un moyen de concevoir et d'étudier les situations d'apprentissage et d'enseignement : « Windows on mathematical meanings » (Noss & Hoyles 1996), et en particulier les processus de transposition des savoirs.

Connaissance mathématique = Propriété du système élève-milieu
(Brousseau 1998 ; Balacheff & Margolinas 2005)

Evolution de la connaissance mathématique avec la géométrie dynamique

Exemple du point dynamique ou du segment

Continuité versus réversibilité

Continuité lors du déplacement des objets à l'interface : nécessité pour l'utilisateur (exemple du point quelconque sur un segment). Réversibilité de l'action : nécessité pour l'apprentissage (exemple de la bissectrice) (Kortenkamp 1999 ; Gawlick 2004)

6

Les environnements de géométrie dynamique

Environnements issus de la recherche

Cabri-géomètre (Baulac, Bellemain, & Laborde, 1988) en France et le Geometer Sketchpad aux USA (Jackiw, 1989), puis d'autres logiciels originaux, Geoplan (CREEM 1990), Cinderella en Allemagne (Richter-Gebert & Kortenkamp, 1999), Apprenti Géomètre en Belgique (Rouche & Skilbecq, 2004), avant l'apparition de l'environnement gratuit GeoGebra, massivement utilisé en France et dans le monde.

Des développements technologiques plus récents à propos de la GD

Les interactions à plusieurs utilisateurs distants sur la même figure « Tabulae Colaborativo » (Bellemain 2014)

Les interfaces tactiles (Soldano & Arzarello 2016)

Le « multi-touch » déplacement simultané de plusieurs objets (Sinclair *et al.* 2016)

7

Le déplacement, une fonctionnalité centrale de la géométrie dynamique

Etudes du déplacement

Distinction entre photo-déplacement et vidéo-déplacement (Olivero 2002)

Appropriation difficile par les élèves et les enseignants (Laborde & Capponi 1994 ; Soury-Lavergne 2006 ; Sacristan 2017)

Différents instruments déplacement (Restrepo 2008)

Croisement des finalités et contraintes de l'artefact avec les finalités et contraintes mathématiques (approche instrumentale Rabadel 1995) :

- Déplacement libre, contraint ou indirect / point attrapable et point déplaçable
- Déplacement pour ajuster, déplacement mou ou guidé, déplacement exploratoire (recherche d'invariants, de trajectoires...), déplacement pour valider ou invalider

Observation des genèses instrumentales du déplacement en classe de 6^e

- Déplacement pour ajuster chez tous les élèves, mais pas pour valider.
- Déplacement des objets 1D ou de dimension plus grande et pas des points

Distinction déplacement pour tester ou déplacement pour formuler une conjecture (Baccaglioni-Frank & Mariotti 2010)

8

Construction robuste et construction molle

En référence à un énoncé ou un théorème...

... une **construction robuste** vérifie la propriété quelque soit la position des points et des objets.

Montre « en acte » les propriétés de la figure, extériorise et contraste la variation d'un point dans un ensemble et l'invariance d'une propriété.

Ouverture de travaux sur la preuve avec utilisation du déplacement pour valider ou invalider.

... une **construction molle** vérifie la propriété localement pour certaines positions des objets.

Rend explicite la relation entre conditions et conclusion, car contrôlé par l'utilisateur.

Ouverture de travaux sur la génération de conjectures avec utilisation du déplacement pour ajuster et du déplacement mou.

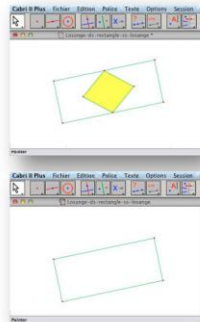
(Healy 2000 ; Laborde 2005 ; Soury-Lavergne 2011)

9

Deux types de tâche distincts, spécifiques de la géométrie dynamique

Les boîtes noires : retrouver la construction robuste

Reconstruire une figure identique, avec les mêmes objets géométriques et le même comportement

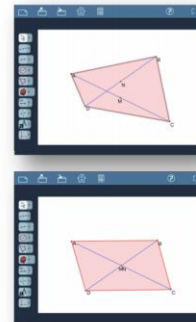


Explorer la construction pour identifier les conditions (Coutat 2006)

ABCD un quadrilatère
M et N les milieux des diagonales

+ M et N sont confondus

Alors ABCD est un parallélogramme



10

Géométrie dynamique et démarche de preuve au collège et au lycée

Distinction entre figure et dessin (Laborde & Capponi, 1994)

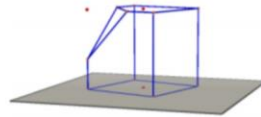
Distinction entre hypothèse et conclusion dans une propriété

Les hypothèses sont obtenues par ajustement, les conclusions indépendamment de la volonté de l'utilisateur (Coutat 2006)

Distinction entre propriété construite et propriété déduite dans une figure (Soury-Lavergne, 2007)

La géométrie dynamique comme moyen de susciter :

- le besoin de prouver pour comprendre un phénomène : pourquoi ces deux droites sont-elles parallèles alors que je ne l'ai pas indiqué au logiciel ;
- le besoin de contrôle théorique lorsque le contrôle perceptif devient inopérant : le cas de la géométrie dans l'espace (Mithalal 2010) ;
- démarche de preuve et de réfutation (Balacheff, 1999 ; Laborde, 2000 ; Mariotti, 2000 ; Sinclair & Robutti, 2012 ; Komatsu & Jones, 2018)



11

Focus sur les pratiques déclarées par les enseignants (1)

Etude de mars 2019, réalisée en ligne auprès d'enseignants de mathématiques.

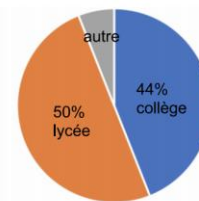
55% avec une formation à la géométrie dynamique

Pour 45% des répondants, les pratiques ne résultent pas d'une formation

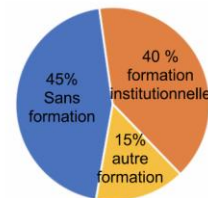
Conséquence pour les ressources utilisées : 60% des répondants disent que la majorité ou quasiment tous les fichiers utilisés sont des fichiers personnels élaborés et modifiés au cours de leur carrière (65% travaillent avec la GD en dehors de la classe)

Collection de fichiers couteuse à faire évoluer comme explication possible à une stabilité des pratiques

1147 réponses



Formation à la GD ?



12

Focus sur les pratiques déclarées par les enseignants (2)

La géométrie dynamique utilisée fréquemment !

Pour 15% (plutôt en lycée général et technologique) c'est une fois par semaine
Et pour 45% (moitié lycée, moitié collège) un à deux fois par mois ou plus
Seuls 25% l'utilisent très rarement ou jamais

La géométrie dynamique, un outil utilisé régulièrement par au moins la moitié des enseignants de l'étude (pour 80% il s'agit de GeoGebra).

Apparente contradiction entre l'usage de la géométrie dynamique

Une pratique expérimentale des mathématiques (au moins une fois par trimestre pour 71% des enseignants) : expérimenter, simuler et conjecturer pourtant sans recherche de contre exemple au cours de l'année pour 54% des enseignants

Lors de phases de recherche (34%) mais pas lors de mises en commun ou pour l'explicitation finale des connaissances en jeu (38%)

60% des enseignants n'attirent jamais ou que très rarement l'attention des élèves sur le déplacement des figures, seulement 20% le font systématiquement

13

Conclusion : un décalage entre les pratiques des enseignants et les apports de la recherche

- Usages scolaires mondiaux
- Du point de vue des enseignants
 - Utilisation massive par les enseignants, y compris avec les élèves
 - La GD permet une pratique plus expérimentale des mathématiques

Mais pas de révolution dans les pratiques...

- Le déplacement, un révélateur de la difficulté
 - Incontournable du point de vue de la recherche
 - Mais pas toujours utilisé par les enseignants (Sacristan, 2017)

14



DUO D'ARTEFACTS

COMBINER LE TANGIBLE ET
LE DIGITAL DANS LES
SITUATIONS DIDACTIQUES

15

Une difficulté identifiée par les enseignants

La construction d'un triangle étant donnés les longueurs de ses trois côtés

Une introduction très procédurale de l'utilisation du compas (en France)

Les élèves ne font pas le lien entre la procédure et les propriétés géométriques

Explications possibles à cette difficulté

Construction basée sur une déconstruction dimensionnelle d'un objet 2D (le triangle comme surface) à un objet OD (le point à l'intersection de deux cercles) (Duval 2005)

Les deux cotés du triangle ne sont pas produits par le compas
L'artefact "compas" est à l'origine de différents instruments possibles, parmi lesquels le transfert de longueur et la construction de cercles



16

Proposition pour l'école primaire avec un duo d'artefacts

Introduire une conception "ligne" du triangle, entre la conception "surface" et la conception "point" d'un triangle

Conceptualisation du triangle 1D comme une ligne brisée de 3 segments qui peut être refermée

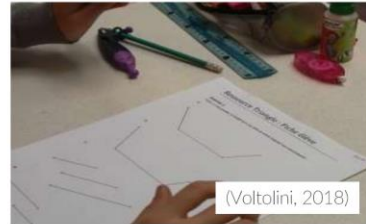
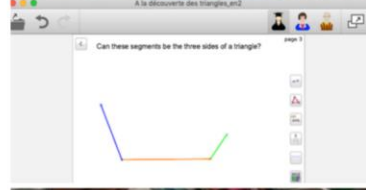
Soutenir la genèse instrumentale d'un nouvel instrument à partir de l'artefact compas

Le compas comme instrument pour faire tourner les segments autour d'une extrémité

Combiner le recours à la géométrie dynamique et aux constructions papier-crayon dans la situation didactique

Déplacer les segments existants pour obtenir un triangle
Combinaison de contraintes et rétroactions de l'environnement numérique

Nécessité de faire tourner les segments puis d'anticiper le résultat de la rotation quand elle n'est plus possible



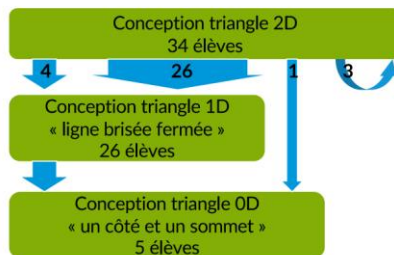
(Voltolini, 2018)

17

Évolution des conceptions du triangle chez les élèves de CM2 (10 ans) en France

Observation réalisée dans le cadre d'un projet collaboratif avec un groupe d'enseignants, pendant 3 années consécutives, dans deux classes de CM2.

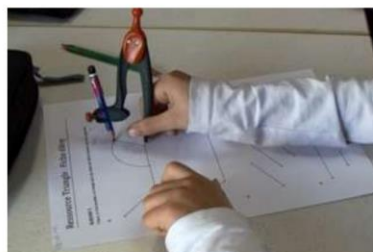
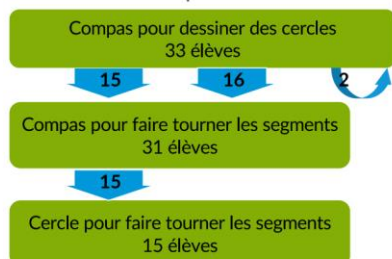
Analyse des conceptions de 34 élèves



18

Evolution des instruments relatifs au compas construits par les élèves

De l'artefact « compas » à l'instrument pour faire tourner les segments



Luna: "La ligne brisée, ça aide, parce qu'avant, tu ne sais pas que tu dois utiliser un compas pour dessiner un triangle"

19

Duo d'artefacts ? Quels artefacts ?

Artefact tangible

Les propriétés physiques des objets :
masse, couleur, mouvement, soumis à
la pesanteur, visibles...

On peut les manipuler.

Artefact numérique

En opposition avec le tangible, les représentations
numériques ne sont pas contraintes de la même
façon par les lois physiques au cours de
l'interaction avec l'utilisateur.

Pourtant, les représentations numériques

- ont des propriétés physiques, sont incluses
dans des objets matériels ;
- sont tangibles au sens de permettre que l'on
opère dessus comme avec des objets.

Un continuum d'objets et de propriétés dans lequel il est possible d'extraire deux
artefacts distinguables, que l'on articule l'un à l'autre : **un duo d'artefacts.**

Quelles caractéristiques doivent avoir les artefacts pour que leur combinaison soit
productive pour l'apprentissage ? Pour obtenir un système d'instruments ?

20