

Mathématique Élémentaire

Test n° 5

(14 octobre 2019)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Soient les matrices suivantes

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (-1 \quad -2 \quad -3), \quad D = \begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Calculez, si possible :

(a) $AB =$

(b) $BC =$

(c) $A^t - 2D =$

(d) $CB =$

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai : Faux : $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - 2 \neq 0$.

(b) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \quad (a \geq 0) \Rightarrow (\exists b \in \mathbb{Z} \quad a = b^2)$.

(c) Vrai : Faux : $\forall x_1 \in \mathbb{R} \quad \forall x_2 \in \mathbb{R} \quad (x_1 < x_2) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{R} \quad x_1 < y \wedge y < x_2)$.

Question 3. Soit $a \geq 0$ et $b \in \mathbb{R}$. Donnez une propriété équivalente à $\sqrt{a} \geq b$ qui ne fait plus intervenir de racine carrée. Justifiez votre réponse.

/2

$\sqrt{a} \geq b \Leftrightarrow$

Question 4.

/2

(a) Soit $x \in \mathbb{R}$. Définissez la valeur absolue de x :

$|x| =$

(b) Calculez $|\sqrt{3} - \sqrt{\pi}|$ en justifiant votre réponse grâce à la définition donnée au point précédent.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Soit le système

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$$

/ 4

(a) Résolvez ce système dans le plan \mathbb{R}^2 . Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

(b) Résolvez ce système dans l'espace \mathbb{R}^3 . Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

Mathématique Élémentaire

Test n° 5

(14 octobre 2019)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Résolvez l'inéquation

$$\frac{5}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x+4}-2}.$$

Veillez à justifier les différentes étapes de vos calculs.

/6

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7.

/4

- Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(\sqrt{2}, \pi, e)$ et parallèle au plan OXZ .

- Donnez une équation cartésienne du plan β passant par $(-1, 5, 2)$ et perpendiculaire à la droite $D \equiv (x, y, z) = (\lambda - 1, 3 - 2\lambda, 5 + 6\lambda), \lambda \in \mathbb{R}$.