

Mathématique Élémentaire

Test n° 6

(21 octobre 2019)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. **Exceptionnellement**, vous ne devez pas justifier votre réponse.

/3

- (a) Vrai : Faux : $\emptyset \subseteq \emptyset$ (d) Vrai : Faux : $\{[1,2]\} \subseteq [0,3]$.
(b) Vrai : Faux : $\emptyset \in \{\emptyset\}$. (e) Vrai : Faux : $1 \in \{1,2\} \cap \{3,1\}$.
(c) Vrai : Faux : $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$. (f) Vrai : Faux : $3 \in \{1,2\} \cup \{4,5\}$.

Question 2. Cochez une bonne réponse (exceptionnellement sans justifier). On considère l'ensemble S défini ci-dessous.

/1

$$S = \{n \in \mathbb{N} \mid (1 \leq n \leq 10) \wedge (n \text{ est pair} \Rightarrow n + 1 \text{ est un multiple de } 3)\}.$$

- (a) $S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
(b) $S = \{2, 5, 8\}$
(c) $S = \{3, 6, 9\}$
(d) $S = \{4, 7, 10\}$
(e) $S = \{2, 8\}$
(f) Aucune des réponses précédentes n'est correcte.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Recherchez l'ensemble des vecteurs (x_1, x_2, x_3) de \mathbb{R}^3 qui sont orthogonaux aux droites D_1 et D_2 définies par

$$D_1 \equiv 1 - x = \frac{y + 2}{-3} = \frac{-z + 2}{-1}$$

$$D_2 \equiv (x, y, z) = (3\lambda + 1, -\lambda - 2, 5 + \lambda), \quad \text{où } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Décrivez géométriquement l'ensemble obtenu.

/5

Question 4. Résolvez l'inéquation

$$\sqrt{\frac{(|x|^{1/2} + |x|^{-1/2})^2 - 16}{\sqrt{(x-1)^4 |x|^{-3}}}} \geq 2x \quad (1)$$

L'ensemble des solutions doit être exprimé sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est). *Indication* : La condition d'existence est

$$x \in (]-\infty, -7 - 4\sqrt{3}] \cup [-7 + 4\sqrt{3}, 7 - 4\sqrt{3}] \cup [7 + 4\sqrt{3}, +\infty[) \setminus \{0\}. \quad (2)$$

Cette indication ne vous dispense pas de montrer que (2) est la bonne condition d'existence.

/7

Mathématique Élémentaire

Test n° 6

(21 octobre 2019)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. On considère une expérience aléatoire dans laquelle on lance une fois un dé à six faces parfaitement équilibré. On note $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ l'univers de cette expérience aléatoire. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Vrai : Faux : $\forall A \subseteq \Omega \quad \forall B \subseteq \Omega \quad \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$.

(b) Vrai : Faux : $\forall A \subseteq \Omega \quad \forall B \subseteq \Omega \quad \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$.

Algèbre I

Test n° 1 (21 octobre 2019)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

-
- Cette partie concerne uniquement les mathématiciens et les physiciens.
 - Les consignes pour la partie de « Mathématique Élémentaire » restent d'application.
-

Question 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $Z^2 + (1 + i)Z + (1 - i) = 0$.

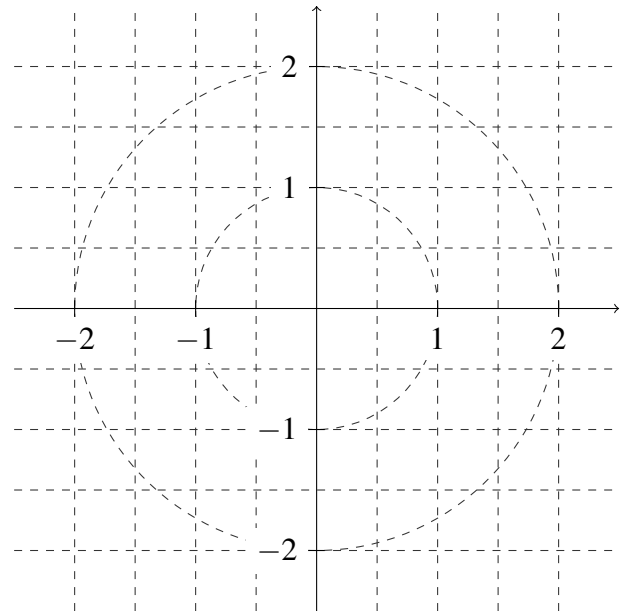
/ 4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$Z^3 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i. \quad (1)$$

Donner les solutions sous forme trigonométrique et algébrique. Placer dans le plan de Gauss ci-contre.



/ 8

Algèbre I

Test n° 1 (21 octobre 2019)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2 (suite). Si nécessaire, continuer votre réponse sur cette page.