

# Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(5 octobre 2020)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Prouvez que les deux formules ci-dessous sont vraies.

(a)  $\exists x \in \mathbb{R} \left( \frac{1}{3} < x \right) \wedge \left( x < \frac{1}{2} \right)$

(b)  $\forall y \in \mathbb{R} (y = 1) \Rightarrow (y^2 = 1).$

/4

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Résolvez l'inéquation  $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} \leq 2x+1$  sans la réduire à une fraction unique.

/ 4

# Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(5 octobre 2020)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 3. Résolvez l'inéquation  $|x + 1| \geq 1$ .

/2

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 4. On considère la phrase ci-dessous.

*Quel que soit le nombre réel  $x$ , si  $x$  est strictement positif, alors  $x + 1$  est strictement négatif.*

/4

- (a) Traduisez cette phrase en une formule  $\varphi$  de la logique du premier ordre.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (b) Donnez, sous forme d'une formule de la logique du premier ordre, la négation de la formule  $\varphi$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (c) Donnez, en français correct, la négation de la formule  $\varphi$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- (d) Déterminez si la formule  $\varphi$  est vraie ou fausse, justifiez votre réponse.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 5. Considérons la droite  $D_1$  passant par les points  $(0, 2)$  et  $(4, 0)$  ainsi que la droite  $D_2$  passant par  $(2, 3)$  et perpendiculaire à  $D_1$ . Recherchez l'ensemble  $S$  qui décrit l'intersection des droites  $D_1$  et  $D_2$ . Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/5

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 6. Soient  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Considérons la droite  $D$  d'équation  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

/ 3

(a) Donnez la pente de  $D$ . Expliquez votre démarche.

(b) Donnez une équation paramétrique de  $D$ . Expliquez votre démarche.