

Mathématique Élémentaire

Examen

(7 juin 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO ou PINFO pour le bloc complémentaire) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Soit le système

$$\begin{cases} x + \lambda y = 1 \\ \lambda x + 9y = 3 \end{cases}$$

/5

où λ est un paramètre réel.

- Peut-on trouver des valeurs de λ telles que le système admette une infinité de solutions ? Si oui, donnez les toutes et pour chaque valeur trouvée donnez l'ensemble des solutions du système. Expliquez votre démarche.
- Peut-on trouver des valeurs de λ telles que $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ soit solution du système ? Si oui, donnez les toutes. Expliquez votre démarche.

Mathématique Élémentaire

Examen

(7 juin 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 1 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Mathématique Élémentaire

Examen

(7 juin 2022)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/4

(a) Vrai : Faux : $\exists a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} \quad a - b \leq 0$.

(b) Vrai : Faux : $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \quad x \cdot y = 1$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse, en passant par une traduction de l'affirmation en une formule logique.

/6

- (a) Vrai : Faux : Quel que soit un nombre entier, si ce nombre est multiple de 3, alors il est multiple de 5.
- (b) Vrai : Faux : Tout nombre réel est strictement positif si et seulement si son carré est strictement positif.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. On considère l'inéquation :

$$\frac{1}{|x|} + \frac{5}{2} \geq |ax + b| \quad (1)$$

où $a, b \in \mathbb{R}$ sont donnés par le fait que l'équation $y = ax + b$ décrit une droite d'ordonnée à l'origine -3 et de vecteur directeur $(1/3, -1)$. Commencez par donner ci-après les valeurs de a et b que cette condition détermine. Expliquez votre réponse ci-dessous. Résolvez ensuite (1) en justifiant de manière appropriée chacune des étapes de vos calculs.

$a =$, $b =$.

/7

Mathématique Élémentaire

Examen

(7 juin 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Soit le système

$$\begin{cases} -2x + y - 5z = 0 \\ 3\lambda x = \lambda(y + z) \end{cases}$$

/5

où λ est un paramètre réel.

Résolvez le système lorsque $\lambda = 0$ et lorsque $\lambda = 1$. Dans chaque cas, interprétez géométriquement vos résultats.