

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(18 octobre 2021)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

**Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.**

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

---

Question 1. Donnez, en français correct, la négation de la phrase suivante.

Il existe un nombre naturel  $n$  tel que  $n$  est premier et  $n$  est pair.

/2

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(18 octobre 2021)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Prouvez que les formules suivantes sont vraies. Justifiez vos réponses.

/4

(a)  $\forall x \in \mathbb{Z} \quad x \leq x + 5.$

(b)  $\forall x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{Z} \quad x + y = 1.$

Question 3. Prouvez que les formules suivantes sont fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a)  $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \leq 0 \vee x \geq 1.$

(b)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \quad x \cdot y = 5.$

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(18 octobre 2021)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 4. Résolvez l'inéquation

$$\frac{1}{|x| - 1} - |x| + 2 > 0.$$

*Indication* : Avant de vous lancer dans des calculs, pensez à une stratégie de résolution efficace.

/6

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(18 octobre 2021)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 5. Dans chacune des situations suivantes, donnez l'ensemble  $S$  qui décrit l'intersection des droites  $D_1$  et  $D_2$  :

/4

(a)  $D_1 \equiv x - y = 3$  et  $D_2 \equiv (x, y) = (1, 1) + \lambda(-1, 0), \lambda \in \mathbb{R}$  ;

(b)  $D_1 \equiv x = 2$  et  $D_2 \equiv 3x - 6 = 0$ .

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(18 octobre 2021)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 6. Prouvez, par induction, que quel que soit  $n \in \mathbb{N}_0$ ,

$$\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1.$$

/4

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7. Soit la droite  $D \equiv (k + 2)x - (k - 3)y + k - 7 = 0$ , où  $k$  est un paramètre réel. Dans chacun des cas suivants, déterminez pour quelle(s) valeur(s) de  $k$  la droite  $D$  satisfait la condition donnée. Justifiez votre réponse.

/6

■ Le point  $(-1, 4)$  appartient à  $D$ .

■ La droite  $D$  et la droite  $D_1 \equiv 2x - y = 3$  sont sécantes.

■ La droite  $D$  est le graphe d'une fonction.