

# Mathématique Élémentaire

## Examen

(9 juin 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test. Leur non respect sera pénalisé.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux dans votre sac.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

### Question 1.

/3

(a) Soit  $x, y \in \mathbb{R}$ . Définissez :

$$y = \sqrt{x} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\hspace{10cm}}, \quad (1)$$

$$|x| := \boxed{\hspace{10cm}}. \quad (2)$$

(b) À partir des définitions données en (1) et (2), prouvez la formule :  $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = |x|$ . Veillez à la qualité de votre rédaction.

# Mathématique Élémentaire

Examen

(9 juin 2023)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Donnez une équation cartésienne du plan  $\alpha$  passant par le point  $(-1, 0, 2)$  et perpendiculaire à la droite d'intersection des plans d'équations  $3x + 2y - 2z = -1$  et  $-x - 2y + 3z = 5$ .

/5

# Mathématique Élémentaire

Examen

(9 juin 2023)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 3. Résolvez l'inéquation

$$|x - 1| \left( \sqrt{x + 1} + \frac{1}{3} \right) \geq \frac{2}{3}. \quad (3)$$

/6

Veillez à justifier les étapes de vos calculs.

# Mathématique Élémentaire

Examen

(9 juin 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Soit la droite  $D_1 \equiv 4x - 3y = 2y - 5 - 6x$ .

/6

- (a) Donnez la pente de  $D_1$ .
- (b) Donnez une équation paramétrique de  $D_1$ .
- (c) Donnez un vecteur directeur de  $D_1$  dont la norme vaut 1.
- (d) Donnez une équation cartésienne de la droite  $D_2$  perpendiculaire à  $D_1$  et dont l'ordonnée à l'origine vaut  $\pi$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 5. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/8

(a) Vrai :  Faux :   $\forall x \in \mathbb{R} \quad (x > \frac{4}{5}) \Rightarrow (x \leq x^2)$ .

(b) Vrai :  Faux :   $\forall n \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N} (n^3 - n) = 3k$ .

(c) Vrai :  Faux :   $\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} \quad (a < b) \Rightarrow (\exists c \in \mathbb{R} a < c < b)$ .

(d) Vrai :  Faux :   $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} \forall c \in \mathbb{Z} \quad a + b + c = 0$ .

# Mathématique Élémentaire

Examen

(9 juin 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.