

Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(10 octobre 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Soit la droite $D \equiv (x,y) = (3,1) + \lambda(2,3)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$. Dites si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Vrai : Faux : Le point $(\frac{17}{5}, \frac{8}{5})$ appartient à la droite D .

/2

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} a + b > 0$.

(b) Vrai : Faux : $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} (x + y)^2 = x^2 - y^2$.

(c) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} (\exists k \in \mathbb{Z} a = 2k) \Rightarrow (\exists n \in \mathbb{Z} a + 6 = 2n)$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Résolvez l'inéquation (sans la remettre sous la forme d'une fraction comparée à 0) :

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x-4} \leq 1. \quad (1)$$

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. On considère $P(n)$ le prédicat défini ci-dessous.

$$\sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1$$

- (a) Prouvez que la proposition $P(0)$ est vraie.
- (b) Écrire explicitement le prédicat $P(n+1)$.
- (c) Prouvez par induction que $\forall n \in \mathbb{N} P(n)$ est vraie.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5.

/6

- (a) Soit la droite $D_1 \equiv -3y = 5 - 7x$. Donnez la valeur de l'ordonnée à l'origine de D_1 et une équation paramétrique de D_1 .
- (b) Donnez une équation cartésienne de la droite D_2 passant par le point $(5, -4)$ et parallèle à la droite D dont une équation paramétrique est $(x, y) = (\lambda, 3\lambda)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
- (c) Donnez une équation paramétrique de la droite D_3 passant par le point $(\sqrt{2}, \pi)$ et parallèle à l'axe des ordonnées.