

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(17 octobre 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux dans votre cartable.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Donnez en extension l'ensemble D ci-dessous. Expliquez votre démarche.

$$D = \{n \in \mathbb{N} \mid (n \leq 9) \wedge (n \text{ est un multiple de } 3 \Rightarrow n + 1 \text{ est pair})\}$$

/2

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Soient $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Considérons la droite D d'équation $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

/5

- (a) Donnez la pente de D .
- (b) Donnez une équation paramétrique de D .
- (c) Donnez une équation cartésienne de la droite D' perpendiculaire à la droite D et passant par l'origine du repère.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez.

/6

(a) Vrai : Faux : $\{a \in \mathbb{Z} \mid a \text{ est un multiple de } 4\} \subseteq \{a \in \mathbb{Z} \mid a \text{ est un multiple de } 2\}$.

(b) Vrai : Faux : $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\} \cap \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 7\} \subseteq \{z \in \mathbb{R} \mid z \leq 10\}$.

(c) Vrai : Faux : $\{x \in \mathbb{R} \mid x^3 + 5x^2 + 7x + 1 = 0\} = \{y \in \mathbb{R} \mid y^3 - y^2 = 0\}$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Écrivez l'ensemble

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{|x| - 1} - |x| + 2 > 0 \right\}$$

sous la forme d'une union minimale d'intervalles disjoints.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Soit la droite $D \equiv (k + 2)x - (k - 3)y + k - 7 = 0$, où k est un paramètre réel. Dans chacun des cas suivants, déterminez pour quelle(s) valeur(s) de k la droite D satisfait la condition donnée. Justifiez votre réponse.

/6

■ Le point $(-1, 4)$ appartient à D .

■ La droite D et la droite $D_1 \equiv 2x - y = 3$ sont sécantes.

■ La droite D est parallèle à la droite $D_2 \equiv 3x - 1 = 0$.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6. Soit le système

$$\begin{cases} x - \lambda y + \lambda^2 = 0 \\ x + \lambda^2 y + \lambda = 0 \end{cases}$$

/4

où λ est un paramètre réel.

Est-il possible de trouver des valeurs de λ pour lesquelles le système possède une infinité de solutions ? Si oui, donnez les toutes et pour chaque valeur trouvée, donnez l'ensemble des solutions du système. Expliquez votre raisonnement.