

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6

(24 octobre 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Soient les droites $D_1 \equiv x - y = 3$ et $D_2 \equiv (x, y) = (1, 1) + \mu(-1, 0)$, où $\mu \in \mathbb{R}$.
Donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection des droites D_1 et D_2 . Expliquez votre raisonnement.

/ 3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Soit $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ une fonction.

/4

(a) Définissez :

f est injective ssi .

f n'est pas injective ssi .

(b) Donnez un exemple de fonction $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui n'est pas injective et justifiez votre réponse.

Question 3. Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction.

/4

(a) Définissez

g est surjective ssi .

g n'est pas surjective ssi .

(b) Donnez un exemple de fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ qui est surjective et justifiez votre réponse.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/5

Question 4.

- Définissez la racine carrée d'un nombre $x \in \mathbb{R}$ en complétant la phrase suivante :

la racine carrée du nombre x est le nombre $y \in \mathbb{R}$ tel que

.....

- Soient $x \in \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$. Complétez l'équivalence suivante afin que de membre de droite ne contienne plus de racine carrée :

$$\sqrt{x} \geq a \Leftrightarrow$$

(1)

- Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction et $A \subseteq \mathbb{R}$. Définissez « f est croissante sur A ».

(2)

- En utilisant le fait que la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = x^2$ est croissante sur un certain ensemble $A \subseteq \mathbb{R}$ (à préciser dans votre réponse), prouvez l'implication « \Rightarrow » de (1).

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5.

/4

- (a) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(1, -1, 2)$ et parallèle au plan OYZ .
- (b) Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par $(-5, -1, 2)$ et perpendiculaire au plan $\alpha \equiv z = x$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Écrivez l'ensemble suivant A sous la forme d'une union minimale d'intervalles :

$$A := \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| \leq 3 \text{ et } 2x \leq \sqrt{x^2 + 1}\}.$$

/6

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/6

- (a) Vrai : Faux : La formule $P \Rightarrow Q$ est équivalente à la formule $Q \Rightarrow P$.
- (b) Vrai : Faux : $\forall b \in \mathbb{Z} (b^2 \geq 0) \Rightarrow (b \geq 0)$.
- (c) Vrai : Faux : La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 5x + 17$ est injective.