

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(31 octobre 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Prouvez à l'aide d'une **preuve par contraposée** que l'affirmation suivante est vraie. Veillez à soigner la présentation et la structure de la preuve.

/ 4

Quel que soit $n \in \mathbb{Z}$, si $7n + 6$ est pair, alors n est pair.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(31 octobre 2022)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par $(2, -1, 9)$ et dont un vecteur directeur est simultanément orthogonal aux vecteurs $(4, 5, 6)$ et $(-3, -1, 0)$.

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3.

/4

- Soit $x \in \mathbb{R}$. Définissez la valeur absolue $|x|$ de x :

$$|x| := \boxed{} \quad (1)$$

- Soient $x \in \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$. Complétez l'équivalence suivante afin que le membre de droite ne contienne ni valeur absolue, ni division en cas :

$$|x| \geq a \Leftrightarrow \boxed{} \quad (2)$$

- Prouvez, à partir de la définition (1), l'équivalence (2) affirmée au point précédent.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/6

- (a) Vrai : Faux : Quels que soient a et b deux entiers, s'ils sont tous les deux impairs, alors leur somme est un nombre impair.
- (b) Vrai : Faux : $\{n \in \mathbb{Z} \mid \exists a \in \mathbb{Z} \ n = 2a\} = \{n \in \mathbb{Z} \mid \exists b \in \mathbb{Z} \ n = 3b\}$.
- (c) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{R} \ \forall b \in \mathbb{R} \ \exists c \in \mathbb{R} \ (c > a) \wedge (c > b)$.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(31 octobre 2022)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Résolvez l'inéquation suivante :

$$|\sqrt{x-1} - x + 3| < 1. \quad (3)$$

Veillez à justifier chacune des étapes de vos calculs.

/6

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6. Soit le système

$$\begin{cases} (\lambda - 3)x + y = 0 \\ x + (\lambda - 3)y = 0 \end{cases}$$

/5

où λ est un paramètre réel.

Résolvez le système en fonction de $\lambda \in \mathbb{R}$ en expliquant votre démarche et interprétez géométriquement les résultats obtenus.