

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1.

/3

(a) Donnez la réciproque de la formule $P \Rightarrow Q$.

(b) Déterminez si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Si la définition demandée ci-dessus est absente ou erronée, ce point ne sera pas corrigé.

Vrai : Faux : La formule $Q \Rightarrow P$ est équivalente à sa réciproque.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2. Considérons les droites D_1 et D_2 définies par

$$D_1 \equiv 1 - x = \frac{y+2}{-3} = \frac{-z+2}{-1}$$

$$D_2 \equiv (x, y, z) = (3\lambda + 1, -\lambda - 2, 5 + \lambda), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

/5

- (a) Donnez deux points qui appartiennent à la droite D_1 .
- (b) Donnez un vecteur directeur de la droite D_2 .
- (c) Donnez l'ensemble B des vecteurs (x_1, x_2, x_3) de \mathbb{R}^3 qui sont simultanément orthogonaux aux droites D_1 et D_2 . Décrivez géométriquement l'ensemble obtenu.

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Résolvez l'inéquation suivante :

$$\sqrt{|x+1|-1} \leq \sqrt{|x|-1}. \quad (1)$$

/5

Veillez à justifier toutes les étapes de vos calculs.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3 (suite). Si nécessaire, continuez votre réponse sur cette page.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez.

/5

(a) Vrai : Faux : Quel que soit le naturel n , le nombre $n^2 - 3n + 2$ est pair.

(b) Vrai : Faux : Il existe un nombre réel supérieur ou égal à tous les nombres réels.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Vrai : Faux : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2n < 2^n$.

(b) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} \forall c \in \mathbb{Z} \quad (c > 2) \Rightarrow (a + b + c > 3)$.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 novembre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Soient les droites $D_1 \equiv -5x + y = 2x + 7 - 3y$ et $D_2 \equiv (x, y) = (5\lambda - 1, 3 - \lambda)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

/6

- (a) Donnez la pente de D_2 ainsi que l'ordonnée à l'origine de D_2 .
- (b) Donnez une équation paramétrique de la droite D perpendiculaire à D_1 et passant par l'origine du repère.
- (c) Donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection entre les droites D_1 et D_2 .

Toutes vos réponses doivent être justifiées.