

Mathématiques Élémentaires

Examen

(10 janvier 2024)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1.

/3

(a) Soient $x, y \in \mathbb{R}$. Complétez la définition suivante :

$$\sqrt{x} = y \Leftrightarrow$$

Si cette définition est incorrecte, le reste de cette question ne sera pas corrigé.

(b) Soient $x, a \in \mathbb{R}$. Complétez l'équivalence suivante et prouvez votre réponse :

$$\sqrt{x} > a \Leftrightarrow$$

Mathématiques Élémentaires

Examen

(10 janvier 2024)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez.

/4

(a) Vrai : Faux : Quel que soit le naturel n , le nombre $8n^2 - 6n + 12$ est pair.

(b) Vrai : Faux : Quel que soit le nombre entier a , si a^2 est pair, alors a est pair.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Soit la droite $D_1 \equiv 3x - 4y = -7y + 5x - 3$.

/7

- (a) Donnez la pente de D_1 .
- (b) Donnez un vecteur directeur de D_1 dont la norme vaut 1.
- (c) Donnez une équation cartésienne de la droite D_2 perpendiculaire à D_1 et dont l'ordonnée à l'origine vaut π .
- (d) Donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection entre la droite D_1 et la droite $D_2 \equiv (x, y) = (2 - \lambda, 3\lambda - 1)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(10 janvier 2024)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Résolvez l'inéquation

$$\sqrt{|x-1|-1} > x+2. \quad (1)$$

/5

Détaillez vos calculs et justifiez toutes les étapes de votre raisonnement.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(10 janvier 2024)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Vrai : Faux : $\forall n \in \mathbb{N} \quad \sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1} - 1.$

(b) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} \forall c \in \mathbb{Z} \quad (c \geq 0) \Rightarrow (a + b + c > 5).$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6.

/5

- (a) Donnez une équation paramétrique de la droite d'intersection des plans d'équations $-2x + 5y + z = -1$ et $3x + 2y - 2z = 0$. Cette droite sera notée D .
- (b) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par le point $(3, -1, 0)$ et perpendiculaire à la droite D trouvée au point précédent.