

# Mathématiques Élémentaires

## Test n° 4

(9 octobre 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

**Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.**

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Rappelons que  $1/x$  est défini comme l'unique nombre  $y \in \mathbb{R}$  tel que  $xy = 1$ . À partir de cette définition et de la compatibilité de l'ordre avec l'addition et la multiplication (que vous appellerez si vous les utilisez<sup>1</sup>), prouvez que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad x < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} < 0.$$

La qualité de votre rédaction est importante.

/2

<sup>1</sup>En l'absence de ces définitions ou si celles-ci sont incorrectes, aucun point ne sera attribué à cette question.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2.

/6

- (a) Soit la droite  $D_1 \equiv -3y - 2x = 1 - 6y + 5x$ . Donnez une équation cartésienne de la droite  $D$  dont l'ordonnée à l'origine vaut  $-5$  et qui est parallèle à  $D_1$ . Expliquez votre démarche.
- (b) Soit la droite  $D_2 \equiv (x, y) = (2\lambda - 1, -4 - 4\lambda)$  où  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Donnez une équation cartésienne de la droite  $D'$  parallèle à  $D_2$  et passant par le point  $(3, 0)$ . Expliquez votre démarche.
- (c) Donnez une équation cartésienne de la droite  $D_3$  passant par le point  $(\sqrt{2}, \pi)$  et qui est parallèle à l'axe des ordonnées. Expliquez votre démarche.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 3. Résolvez l'inéquation suivante sans la remettre sous la forme d'une fraction unique (mais en séparant en cas, comme vu au cours) :

/4

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{x-2}{x^2}. \quad (1)$$

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Soient  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Considérons la droite  $D$  d'équation  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

/ 4

- (a) Donnez la pente de  $D$ . Expliquez votre démarche.
- (b) Donnez deux points de  $D$ . Expliquez votre démarche.
- (c) Donnez deux vecteurs directeurs de  $D$ . Expliquez votre démarche.

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 4

(9 octobre 2023)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

**Question 5.** Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses de façon rigoureuse et formelle.

/4

(a) Vrai :  Faux :   $\exists a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} (b \geq 0) \Rightarrow (a < b)$ .

(b) Vrai :  Faux :   $\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} \forall x_3 \in \mathbb{R} x_1 + x_2 + x_3 \geq 0$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

**Question 6.** Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses de façon rigoureuse et formelle, en commençant par traduire l'affirmation en une formule logique.

/4

(a) Vrai :  Faux :  Il existe un unique nombre réel strictement supérieur à 17.

(b) Vrai :  Faux :  Pour tout nombre entier, si il est impair, alors son carré est impair.