

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6

(23 octobre 2023)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1.

/4

(a) Soient $u, v, w \in \mathbb{R}$. Complétez les définitions suivantes :

$$\sqrt{u} = v \Leftrightarrow \boxed{\hspace{15em}}, \quad (1)$$

$$|w| = \boxed{\hspace{15em}}. \quad (2)$$

La suite de la question ne sera pas corrigée si ces définitions ne sont pas correctes.

(b) À partir des définitions (1) et (2), prouvez que $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = |x|$. Veillez à la qualité de votre rédaction. En particulier, l'utilisation de (1) et (2) doit être explicite et détaillée.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6

(23 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Prouvez, **par induction**, que l'affirmation suivante est vraie.

Quel que soit le naturel $n \in \mathbb{N}$, $n^2 + 3n$ est pair.

/4

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6

(23 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Soient les plans $\alpha \equiv 3x - z - 2 = 5y - 7x$ et $\beta \equiv y = z$.

/5

- (a) Donnez un point appartenant au plan β .
- (b) Donnez un point appartenant au plan α .
- (c) Donnez un vecteur normal du plan α .
- (d) Donnez une équation cartésienne du plan γ passant par le point $(-1, 2, -3)$ et parallèle au plan β .

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Prouvez, à l'aide d'une preuve par contraposée, que l'affirmation suivante est vraie.

Quel que soit $a \in \mathbb{Z}$, si a^3 est pair, alors a est pair.

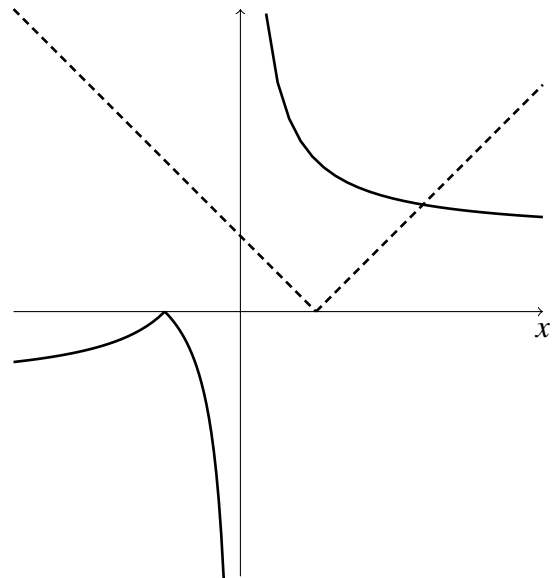
/ 3

Question 5. Résolvez l'inéquation suivante :

$$\frac{|x+1|}{x} \leq |x-1|. \quad (3)$$

/4

Expliquez comment vous pouvez utiliser le graphique ci-dessous, qui donne les graphes des deux membres de l'inégalité en fonction de x , pour vérifier votre réponse. Veillez à la qualité de vos explications.



Mathématiques Élémentaires

Test n° 6

(23 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5 (suite). Si nécessaire, continuez votre réponse sur cette page.