

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(30 octobre 2023)

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Prouvez, **par l'absurde**, que la formule suivante est vraie.

$$\forall a \in \mathbb{R} \forall b \in \mathbb{R} (a \in \mathbb{Q} \wedge b \notin \mathbb{Q}) \Rightarrow (a + b \notin \mathbb{Q}).$$

/3

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(30 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par $(2, -1, 9)$ et dont un vecteur directeur est simultanément orthogonal aux vecteurs $(4, 5, 6)$ et $(-3, -1, 0)$.

/4

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

Question 3.

/4

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{N}$ tels que $k \leq n$, complétez l'égalité qui définit le triangle de Pascal :

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} + \binom{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}.$$

(b) Déterminez si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Si l'égalité ci-dessus est absente ou erronée, ce point ne sera pas corrigé.

Vrai : Faux : $\forall n \in \mathbb{N}_0 \quad \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(30 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Résolvez l'inéquation suivante :

$$\sqrt{x+2} + 1 \leq \sqrt{2x+2}. \quad (1)$$

/4

Veillez à justifier les différentes étapes de vos calculs.

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

Question 5.

/4

(a) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Donnez la définition de « f est strictement croissante ».

(b) Déterminez si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Si la définition ci-dessus est absente ou erronée, ce point ne sera pas corrigé.

Vrai : Faux : Quel que soient $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si f et g sont strictement croissantes, alors $f \circ g$ est injective.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 7

(30 octobre 2023)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Soient les droites $D_1 \equiv \lambda x + 2y = 4$ et $D_2 \equiv \lambda x + (\lambda + 1)y = \lambda + 3$ où λ est un paramètre réel. Pour quelle(s) valeur(s) de λ les droites D_1 et D_2 sont-elles sécantes? Pour la ou les valeur(s) trouvées, donnez l'ensemble qui décrit l'intersection des deux droites. Expliquez votre démarche.

/3