

Question 1. Soient les vecteurs  $u = (-3, 1, 2)$ ,  $v = (4, 0, -8)$  et  $w = (6, -1, -4)$ . Trouvez le vecteur  $x$  qui vérifie l'équation  $2u - v + x = 7x + w$ . Détaillez vos calculs et justifiez toutes les étapes de votre raisonnement.

Question 2. Démontrez les propriétés des opérations sur les vecteurs de  $\mathbb{R}^N$ .

Question 3. Donnez les composantes du vecteur  $v$  ayant pour origine le point  $(3, -7, 2)$  et pour extrémité le point  $(-2, 5, -4)$ .

Question 4. Soit  $x \in \mathbb{R}^N$ . Lorsqu'on écrit  $x = 0$  et  $\|x\| = 0$ , les deux zéros ont-ils le même sens ? Expliquez.

Question 5. Démontrez les propriétés du produit scalaire de deux vecteurs de  $\mathbb{R}^N$ .

Question 6. Calculez la norme des vecteurs  $u = (0, 6, 0)$  et  $v = (1, 3, -2, 7, -1)$ .

Question 7. Démontrez les propriétés de la norme d'un vecteur de  $\mathbb{R}^N$ .

Question 8. Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda \in \mathbb{R}$  les vecteurs  $(1, -1, 2)$  et  $(\lambda^2, \lambda, -3)$  sont-ils orthogonaux ? Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

Question 9. Donnez les composantes du vecteur unitaire qui détermine un angle de  $\frac{7\pi}{12}$  rad avec l'axe des  $x$ .

Question 10. Soient  $x, y \in \mathbb{R}^N$ . Montrez que  $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$ . Énoncez les résultats que vous utilisez. Faites un dessin dans  $\mathbb{R}^2$  illustrant cette égalité.