

Mathématiques Élémentaires

Examen

(16 août 2024)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer l'examen. Leur non respect sera pénalisé.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- L'examen dure deux heures.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM, montre connectée,...) n'est autorisé. Si vous les avez avec vous, ils doivent être dans votre sac (en mode silencieux).
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lisons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. N'écrivez *pas* votre réponse sur une feuille d'une *autre question* !

Question 1.

/3

(a) Donnez le plus grand intervalle $X \subseteq \mathbb{R}$ tel que

$$\forall a, b \in X, \quad a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2. \quad (1)$$

$X =$

Si cette réponse est incorrecte, le reste de cette question ne sera pas corrigé.

(b) Prouvez que, pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, l'inégalité $\sqrt{x+y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}$ est vraie dès que ses deux membres ont un sens. La qualité de vos justifications est importante.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(16 août 2024)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez.

/4

(a) Vrai : Faux : Quel que soit le nombre naturel n , $n^2 + 3n$ est un nombre pair.

(b) Vrai : Faux : Quel que soit le réel x , il existe un réel y dont le carré est inférieur à x .

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

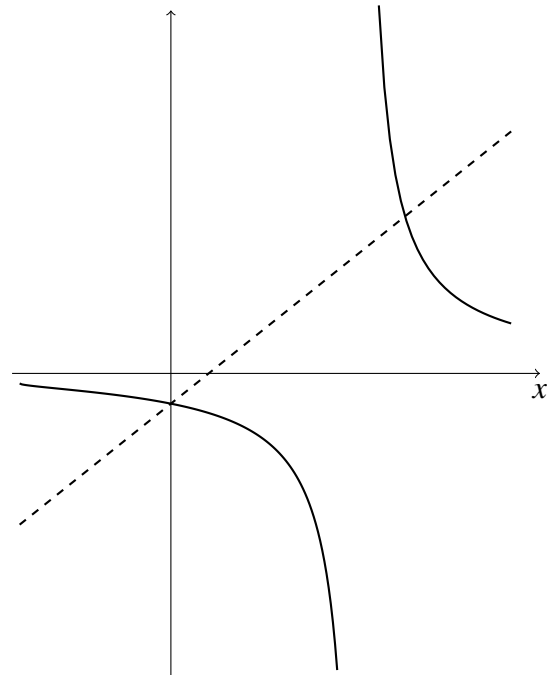
Question 3. On considère l'inéquation :

$$\frac{1}{\sqrt{x+4}-3} > x-1 \tag{2}$$

/7

Résolvez (2) en justifiant de manière appropriée chacune des étapes de vos calculs.

Le graphe des deux membres de l'inéquation est donné ci-dessous. Veuillez identifier quelle courbe correspond à quel membre (en justifiant votre choix) et expliquer *clairement* comment vous utilisez ce graphe pour vérifier votre réponse.



Mathématiques Élémentaires

Examen

(16 août 2024)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4.

/8

- (a) Donnez une équation cartésienne de la droite D passant par le point $(-1, 3)$ et perpendiculaire à la droite D_1 passant par les points $(-2, -5)$ et $(4, -3)$.
- (b) Donnez une équation paramétrique de la droite D' de pente 3 et dont l'ordonnée à l'origine vaut -5 .
- (c) Donnez une équation paramétrique de la droite d'intersection des plans d'équations $4x + 2y + 2z = -1$ et $3x - 2y + 3z = 7$. Cette droite sera notée D .
- (d) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7})$ et parallèle au plan OXZ .

Mathématiques Élémentaires

Examen

(16 août 2024)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} \quad 4a - b < b + 6.$

(b) Vrai : Faux : $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \quad ((0 < x < y) \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{R} \ x < z < y)).$