

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 3

(7 octobre 2024)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

**Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.** Leur non respect sera pénalisé.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM, montre connectée,...) n'est autorisé. Si vous les avez avec vous, ils doivent être dans votre sac (en mode silencieux).
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. N'écrivez *pas* votre réponse sur une feuille d'une *autre question* !

Question 1. Donnez la négation de la phrase ci-dessous. Expliquez votre démarche.

*Il existe un nombre entier plus grand ou égal à tous les nombres entiers.*

/2

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Vrai :  Faux :   $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \quad x \cdot y = 1.$

(b) Vrai :  Faux :   $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \forall z \in \mathbb{R} \quad (x \leq y) \Rightarrow (x \cdot z \leq y \cdot z).$

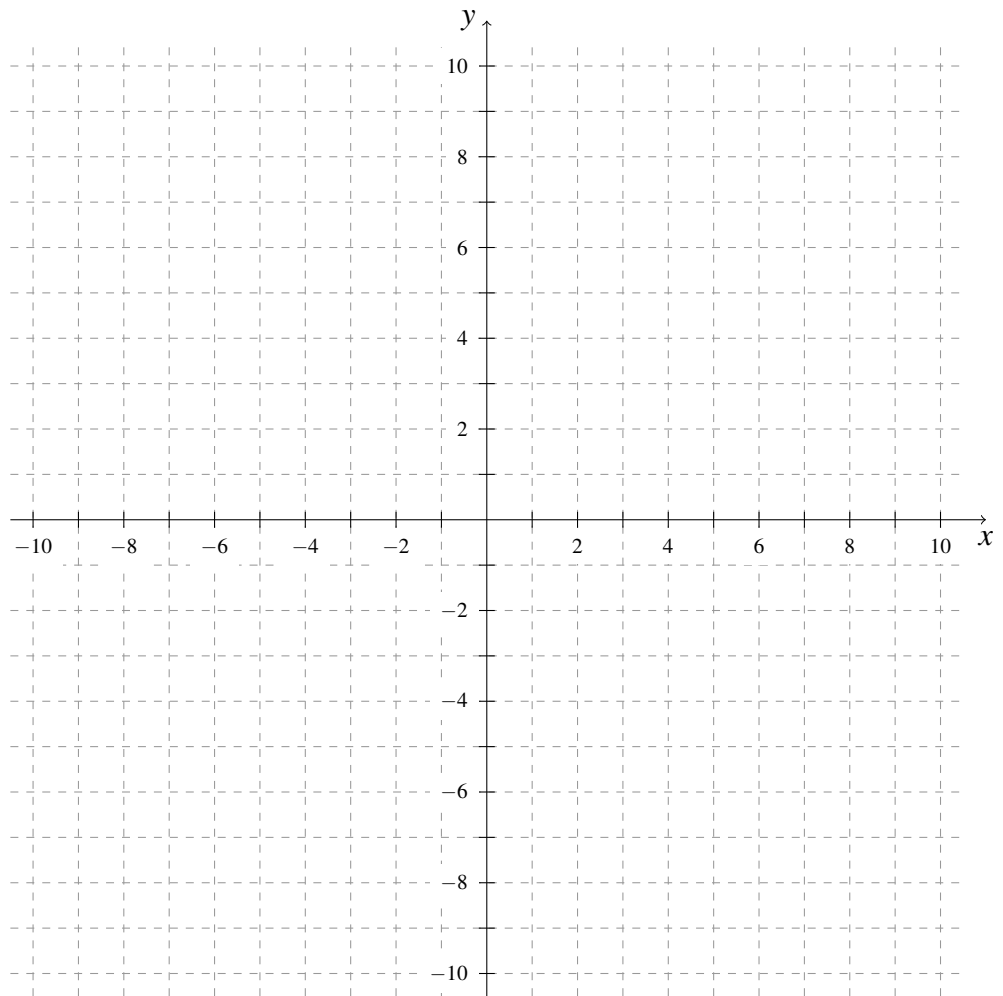
Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Soit la droite  $D \equiv -3y - 2x = 21 - 6y + 5x$ . Toutes les réponses aux questions suivantes doivent être justifiées.

/4

(a) Donnez un vecteur normal de la droite  $D$  ainsi que la pente de  $D$ .

(b) Représentez la droite  $D$  dans le repère ci-dessous.



Question 4.

/3

- Soient  $u, v \in \mathbb{R}$ . Définissez dans le cadre ci-dessous «  $u$  est la racine carrée de  $v$  » :

- À partir de la définition donnée ci-dessus, prouvez que

(a) quel que soit  $x \in \mathbb{R}$ , si  $\sqrt{x}$  existe, alors  $x \geq 0$  ;

(b)  $\forall x \in [0, +\infty[$ ,  $\sqrt{x} \geq 0$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 5. Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

- (a) Vrai :  Faux :  Quel que soit un nombre entier  $a$ , si  $a$  est impair alors son carré est impair.
- (b) Vrai :  Faux :  Quel que soit un nombre entier  $a$ , si  $a$  est pair alors son cube est impair.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

## Question 6.

/4

- (a) Soit la droite  $D \equiv -3x - 2y = 1$ . Donnez une équation cartésienne de la droite  $D_1$  dont l'ordonnée à l'origine vaut  $-5$  et qui est parallèle à  $D$ . Expliquez votre démarche.
- (b) Donnez une équation cartésienne de la droite  $D_2$  parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point  $(4, -2)$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7. Écrivez l'ensemble suivant sous la forme d'une union d'intervalles :

$$\left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x-1}{x^2+1} \leq \frac{1}{2x-1} \right\} =$$

Moins il y a d'intervalles, mieux c'est. Détaillez ci-dessous les calculs qui valident votre réponse. N'oubliez pas d'en justifier les différentes étapes !

/4