

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 juin 2025)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer l'examen. Leur non respect sera pénalisé.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- L'examen dure deux heures.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM, montre connectée,...) n'est autorisé. Si vous les avez avec vous, ils doivent être dans votre sac (en mode silencieux).
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. N'écrivez *pas* votre réponse sur une feuille d'une *autre question* !

Question 1. Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit deux prédicats ci-dessous.

$$P(n) \equiv \exists k_1 \in \mathbb{Z} \quad n = 2k_1 \quad \text{et} \quad Q(n) \equiv \exists k_2 \in \mathbb{Z} \quad n = 5k_2.$$

Donnez en extension l'ensemble D défini ci-dessous. Justifiez votre démarche.

$$D = \{n \in \mathbb{N} \mid (4 \leq n \leq 14) \wedge (P(n) \Rightarrow Q(n+1))\}.$$

/2

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2.

/6

- (a) Donnez une équation cartésienne de la droite D_1 passant par le point $(-1, 3)$ et perpendiculaire à la droite D passant par les points $(5, -4)$ et $(4, -2)$.
- (b) Donnez une équation paramétrique de la droite D_2 de pente -3 et dont l'ordonnée à l'origine vaut -2 .
- (c) Donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection entre les droites D_1 et D_2 .

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 juin 2025)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Déterminez si les formules suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai : Faux : $\forall n \in \mathbb{N} \quad n^4 - 6n^3 + 11n^2 - 6n = 0.$

(b) Vrai : Faux : $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \quad x - y > 3.$

(c) Vrai : Faux : $\forall a \in \mathbb{Z} \quad (\exists k_1 \in \mathbb{Z} \quad a = 6k_1) \Rightarrow (\exists k_2 \in \mathbb{Z} \quad a = 3k_2).$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4.

/5

- (a) Donnez une équation paramétrique de la droite d'intersection des plans d'équations $2x + y + z = 3$ et $-x + y = 5$. Cette droite sera notée D .
- (b) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par le point $(-1, 0, 4)$ et perpendiculaire à la droite D .

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 juin 2025)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Résolvez l'inéquation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 1 - 2x} \leq \frac{3}{1 - 4x}. \quad (1)$$

/6

Veillez à la qualité de vos justifications.

Mathématiques Élémentaires

Examen

(6 juin 2025)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.