

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(20 octobre 2025)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test. Leur non respect sera pénalisé.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, MINFO) sur *toutes* les feuilles. Ceci doit être fait *pendant* la durée impartie au test.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM, montre connectée,...) n'est autorisé. Si vous les avez avec vous, ils doivent être dans votre sac (en mode silencieux).
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. N'écrivez *pas* votre réponse sur une feuille d'une *autre question* !

Question 1. Soit le système

$$\begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 3\lambda x - \lambda y = 0 \end{cases}$$

où λ est un paramètre réel.

Résolvez ce système dans $\mathbb{R}^2$ lorsque $\lambda = 0$ et lorsque $\lambda = 1$.

/ 4

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(20 octobre 2025)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 1 (suite). Si nécessaire, continuez votre réponse sur cette page.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(20 octobre 2025)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Résolvez l'inéquation suivante :

$$|\sqrt{x-1} - x + 3| < 1. \quad (1)$$

Veillez à justifier chacune des étapes de vos calculs.

/6

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(20 octobre 2025)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3.

/5

- (a) Donner (à l'aide d'une formule) le prédicat $P(n)$ de domaine $\mathbb{Z}$ qui traduit *n est un nombre pair*.
Si le prédicat n'est pas correct, le reste de la question ne sera pas corrigé.

$P(n) \equiv$

- (b) Déterminez si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

(i) Vrai : ☐ Faux : ☐ Quel que soit le naturel $n \in \mathbb{N}_0$, $\sum_{k=0}^n k$ est impair.

(ii) Vrai : ☐ Faux : ☐ Quel que soit $a \in \mathbb{Z}$, si a^3 est pair, alors a est pair.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4.

/5

- (a) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par le point $(2, 5, -7)$ et parallèle au plan OXZ .
- (b) Soit le plan $\beta \equiv y = x$.
- (i) Donnez deux points qui appartiennent au plan β .
- (ii) Donnez une équation cartésienne du plan γ parallèle au plan β et contenant le point $(3, -2, 4)$.

Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. **Si une des définitions n'est pas correcte, le point (d) ne sera pas corrigé.**

/6

(a) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Donnez la définition de f est une application.

(b) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application. Donnez la définition de f est injective.

(c) Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application. Donnez la définition de f est strictement croissante.

(d) Déterminez si l'affirmation ci-dessous est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Vrai : ☐ Faux : ☐ Quel que soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application, si f est injective, alors f est strictement croissante.