LIÈGE

université

A quelles conditions une théorie peut-elle permettre de faire émerger un vrai résultat de recherche en didactique ?

Séminaire organisé par l'Université de Mons dans le cadre de l'école doctorale thématique en « didactique des disciplines » du FNRS





Objectifs



Objectifs

- Mettre en relief certaines spécificités clefs de la recherche en didactique par rapport à d'autres branches des sciences de l'éducation.
- Montrer le type de travail à mettre en œuvre pour utiliser les théories didactiques de manière à pouvoir produire des résultats de recherche qui puissent être considérés comme tels.
- Identifier et exemplifier certains mésusages des théories didactiques.



Avertissement

- Nous avons pris le parti d'illustrer des mésusages des théories didactiques rencontrés dans certaines recherches à l'aide d'exemples génériques et anonymes.
- Ce choix a été posé afin de ne pas polariser l'auditoire d'une manière qui nous ferait en définitive passer à côté du sujet de cette conférence.
- Notre objectif n'est pas d'aller dans la confrontation pour la confrontation mais d'aider les jeunes chercheurs à prendre conscience de ces différents mésusages dans lesquels il est facile de tomber.





- Commençons par présenter les approches de type evidence-based pour établir un effet de contraste avec certaines caractéristiques fondamentales de la recherche en didactique.
- Donc pas de prétention à une quelconque exhaustivité.
- Focalisation sur des éléments spécifiques de ces approches pour les besoins de l'exposé.



- Approches de type evidence-based issues de la recherche biomédicale.
- Méthodologie quantitative typique des « essais cliniques randomisés en double aveugle ».
- S'impose comme un standard et un critère de scientificité dans les recherches biomédicales.
- De quoi s'agit-il ?



- En bref, on souhaite tester l'efficacité d'un traitement en utilisant un effet de contraste.
- On administre le traitement à un groupe dit « test » et on compare avec un groupe dit « témoin » qui lui reçoit un autre traitement (éventuellement placebo).
- On détermine si des différences significatives peuvent être détectées entre les deux groupes à l'aide de tests statistiques.



- Pour que la méthodologie soit valable, on tente de constituer les groupes les plus homogènes possibles au regard de différents critères d'âge, de sexe, d'antécédents médicaux, ...
- De cette manière la seule variable permettant d'expliquer les éventuelles différences entre groupes sera le traitement.
- En outre, les personnes participants à l'expérience peuvent ignorer quel traitement ils reçoivent (simple aveugle) afin d'éviter les biais induits par différents effets (placebo, nocebo, ...).



- Dans le même ordre d'idées, les chercheurs euxmêmes peuvent ignorer, lors de la durée de l'expérimentation, quelle personne est assignée à quel groupe (double aveugle) et ainsi éviter qu'inconsciemment (ou non), par exemple, des personnes plus fragiles ne soient placées dans le groupe témoin pour favoriser la preuve de l'efficacité du traitement.
- L'assignation aux deux groupes se fait alors de manière « aléatoire » par l'intermédiaire d'un algorithme (essai randomisé).



- Les essais cliniques randomisés en double aveugle ont constitué une avancée conceptuelle et méthodologique majeure dans le monde biomédical qui avant était sujet à toutes sortes de croyances (Singh & Ernst, 2009).
 - Utilisation des saignées comme traitement générique : tue le président des USA Georges Washington.
- Utilisation de la méthodologie dans certaines parties de la psychologie, des sciences du mouvement, de l'agronomie mais aussi transposition à la recherche en éducation.



- Tend aussi à s'imposer comme standard de scientificité.
- Peut prendre des formes variées dont celle des tests pré/post.
- On interroge des apprenants sur un certain sujet (pré test) et on compare les performances de ces mêmes apprenants sur ce même sujet à l'issue d'une certaine intervention (post test).
- lci le pré test joue le rôle de groupe « témoin » et le post test celui de groupe « test ».



- Malgré le progrès constitué, ces méthodologies ne sont pas exemptes de zones d'ombres, que ce soit dans leur domaine initial du biomédical ou dans leur transposition en éducation.
- Draelants et Revaz (2022) dresse un bilan critique de l'approche evidence-based en éducation, en prenant l'exemple de la question du redoublement.



- De nombreuses recherches de type evidencebased concluent que redoubler est contreproductif.
- Ces recherches souffrent d'une série d'écueils dont en particulier celui de l'ignorance des causalités.



- C'est un fait bien connu des statisticiens qu'une forte corrélation entre deux variables n'implique pas forcément de lien de causalité entre ces deux variables.
- Pour établir un lien de causalité dans le domaine biomédical, il convient de démontrer un mécanisme en s'appuyant sur des théories déjà établies. On parle alors de recherches « mécanistiques ».



- C'est pareil dans le domaine de l'éducation.
- Cependant, une forte **corrélation** est constatée entre **redoublement** et **échec** mais sans pourtant que les **chercheurs** s'**interrogent** en profondeur sur les **causes** des échecs. (Draelants & Revaz, 2022, 153).
- Les méthodes quantitatives évoquées ci-dessus se prêtent bien aux recherches structurelles mais occultent souvent les spécificités des savoirs, les contenus des cours et l'articulation entre les deux.



- Il conviendrait à minima de s'interroger sur les raison d'un échec en embrassant la multitude des causes susceptibles d'y conduire, dont la suppression du redoublement elle-même.
- Cette suppression peut en effet engendrer des **effets de bord** où « les élèves ne perçoivent plus le sens des apprentissages du fait que ceux-ci ne sont plus sanctionnés par la réussite [...] les élèves travaillent plus pour les notes que pour les apprentissages [...] » (Draelants & Revaz, 2022, 129).



- En parallèle, si les élèves travaillent « plus pour les notes », il conviendrait également de s'interroger sur la valeur d'une réussite et les liens avec les injonctions décrétales de « promotion de la réussite », d'autant lorsqu'elles semblent avoir la préséance sur l'acquisition des savoirs (cf. évaluations PISA).
- De manière générale, quel est le rapport des élèves au savoir et dans quelle mesure ce rapport conditionne-t-il, en conjonction avec d'autres rapports, « échec » et « réussite » ? Que signifie « échec » et « réussite » ?
- Tout ceci nous renvoie au questionnement du savoir et à la didactique.





• Un aspect central de la didactique est la prise de conscience de la nécessité de questionner le savoir et de le sortir d'un état où il est considéré comme une boîte noire, non questionnée et non susceptible de questionnement (Matheron, 2009, 38) :



- « La psychologie ne tient pas compte de la distinction à opérer entre les différents types de savoirs [...] vus comme donnés et non questionnables, et partant, de leurs différents modes spécifiques d'apprentissage d'enseignement et d'étude ».
- Toute recherche devrait mettre en œuvre un tel questionnement pour prétendre s'inscrire pleinement dans le champ de la didactique.



- Ce questionnement fort des savoirs singularise la didactique par rapport à d'autres disciplines dont la pédagogie et la psychologie (cognitive) (Develay, 1996) :
- « [...] la didactique fait l'hypothèse que la spécificité des contenus est déterminante dans l'appropriation des connaissances. Tandis que la pédagogie porte son attention sur les relations entre l'enseignant et l'élève et entre les élèves eux-mêmes ».



- Le questionnement du savoir peut se déployer à l'aide de deux outils distincts mais néanmoins articulés issus de la théorie des situations didactiques (TSD) initiée par Guy Brousseau (1998) et de la théorie anthropologique du didactique (TAD) initiée par Yves Chevallard (1991).
- Le premier outil est celui de l'analyse de la transposition didactique en un sens large (contrat didactique, effets Topaze et Jourdain, analyse écologique et contraintes institutionnelles).



- Le second outil est celui de la conception de théorisations/modèles du savoir qu'on nomme modèle épistémologique de référence (MER).
- Ces deux outils sont des ingrédients incontournables d'une méthodologie centrale en didactique des mathématiques, la méthodologie de l'ingénierie didactique.



- Les **grandes lignes** de cette **méthodologie** sont les suivantes.
- Le chercheur constitue un modèle épistémologique de référence (MER) du savoir visé sur base d'analyses historico-épistémologiques et à partir de la recherche existante.
- Ce MER est mis à contribution pour effectuer une analyse de la transposition du savoir.
- Le MER est également mis à contribution pour concevoir une série de problèmes à caractère fondamental vis-àvis du savoir visé i.e. le savoir apporte une réponse « optimale » à ces problèmes.



- Cette méthodologie est de type qualitatif.
- Son mode de **validation** est **interne** et de nature **phénoménotechnique** (Bachelard, 1968).
- Elle doit permettre, sur base d'une théorie, de faire des observables des **phénomènes** intelligibles, soit des résultats **scientifiques** qui se prêtent à une forme de **réfutabilité** (Popper, 1959).



 Faute d'espace, nous nous contenterons d'aborder quelques aspects de la méthodologie de l'ingénierie didactique en illustrant certaines facettes de l'analyse de la transposition et des modèles épistémologiques de référence.



Éléments de théorie des situations didactiques (TSD)



- Une méthodologie de type « essai randomisé en double aveugle » suppose la possibilité de concevoir deux groupes aussi homogènes que possible pour s'assurer que de meilleures performances sont dues au nouvel enseignement mis à l'épreuve et non à d'autres variables « cachées ».
- L'homogénéité des groupes est assurée par la procédure de randomisation où l'on tente alors autant que possible d'avoir les mêmes distributions de caractéristiques de sexe, d'âge, de niveau, ... dans le groupe témoin et le groupe test.



- La théorie des situations didactiques (TSD) de Brousseau a initié un autre point de vue.
- L'expérimentation de longue durée portait sur
 l'efficacité d'un enseignement inspiré des travaux de Piaget à propos du (socio) constructivisme.
- Cette « variable » a été testée à l'Ecole expérimentale Michelet dans des conditions expérimentales « normales » permettant des comparaisons statistiques avec les élèves d'autres écoles en termes de réussite aux examens nationaux (durée des essais, nombre d'élèves, variété de leur milieu social).



- Il est à noter que, lors de l'obtention de son prix F. Klein, **Brousseau** s'est bien **gardé** d'annoncer une quelconque **supériorité** des **situations** d'enseignement qu'il a expérimentées.
- Les élèves de l'école expérimentale ont obtenu des résultats similaires aux examens nationaux à ceux obtenus par des élèves « ordinaires ».



- Car la posture de Brousseau relevait d'une philosophie
 Poppérienne de réfutation : mise à l'épreuve d'un nouveau modèle d'enseignement, dans des classes « standards » et identification des obstacles.
- Les questions traitées sont : « Sur quels obstacles ce modèle d'enseignement va-t-il buter ? » et, plus précisément, « Les questions posées à des groupes d'élèves sont-elles susceptibles ou non de provoquer entre eux des échanges menant à la construction collective du savoir visé ? »
- Ce ne sont pas les élèves en tant qu'individus « singuliers » qui sont l'objet d'étude mais ce que les questions posées peuvent soulever comme échanges entre eux à propos du savoir visé.



- L'entreprise de Brousseau vise aussi à identifier des obstacles d'apprentissage qui ne sont pas le propre d'individus mais qui sont inhérents au développement même de la science et des mathématiques (obstacles épistémologiques de Bachelard (1934)).
- Il en va de même des « obstacles génétiques » liés aux stades de développement de Piaget et des « obstacles didactiques » qui relèvent de la profession d'enseignant en général et ne sont pas propres aux singularités des professeurs.



La TSD de Brousseau et les **expérimentations** menées à l'école Michelet ont permis de **mettre** en **évidence** des **points** d'**achoppement** d'un **enseignement** inspiré du courant **socio-constructiviste** :

- Le contrat didactique sensible aux effets « Topaze » et « Jourdain ».
- L'existence nécessaire d'une situation fondamentale déclinée en situations adidactiques porteuses du savoir visé.
- La nécessité d'un milieu permettant aux élèves de débattre entre eux sans deviner les attentes du professeur.
- La nécessité d'une institutionnalisation.



- Sans entrer dans trop de détails, le contrat didactique est relatif à la répartition, implicite et explicite des droits et obligations respectifs entre enseignants et apprenants.
- Contrairement au contrat pédagogique, le contrat didactique n'est pas exclusivement un outil pédagogique.
- Il ne s'agit pas (en premier lieu) de l'expliciter à des fins normatives aux apprenants et de leur faire signer ce contrat où ils reconnaissant avoir pris connaissance de son contenu.



- Le contrat didactique est une théorisation du didacticien qui permet de rendre compte de comportements des apprenants et enseignants qui apparaîtraient autrement erratiques, incompréhensibles et/ou sujets à prise de position moralisante.
- Dans le contrat didactique figure notamment l'obligation pour l'enseignant de faire apprendre aux élèves des savoirs ou du moins de tout mettre en œuvre pour les faire réussir.



• Face aux difficultés résistantes des apprenants, la force de cette obligation peut pousser un enseignant à diminuer progressivement ses exigences de confrontation des élèves avec le savoir visé et à donner aux apprenants les moyens de satisfaire à ses demandes, d'une manière qui empêche leur confrontation au savoir (effet Topaze) tout en faisant semblant (consciemment ou non) de ne pas le voir (effet Jourdain).



- Un exemple parmi d'autres est donné par la résolution des équations du second degré.
- L'enseignant tente de faire comprendre aux élèves la possibilité de mettre sous forme de différence de deux carrés un second degré, ce qui permet d'en déterminer les éventuelles solutions sans devoir retenir des formules par cœur.



 Face à des élèves qui peinent trop à réaliser cette demande, il finira par diminuer ses exigences et les « téléguidera » au travers d'une série de micro-étapes, insignifiantes par ellesmêmes, mais faciles à mettre en œuvre par les élèves, car ne demandant que peu d'effort de compréhension (effet Topaze)



- Au terme de cette pratique, il finira par attester de la compréhension des élèves de la technique de résolution des équations du second degré (effet Jourdain) contribuant ainsi au maintien de la relation didactique (Brousseau, 1998) avec ses élèves.
- Ceux-ci ne manqueront pas d'abonder dans le sens de l'enseignant, bien que le plus souvent ils ne soient pas dupes du fait que la confrontation avec le savoir ait été ainsi évitée.



- Feindre l'incompréhension devient ainsi pour certains élèves une stratégie adaptative au contrat leur permettant d'obtenir de la part de l'enseignant un assentiment à moindres frais de leur acquisition du savoir visé.
- En retour l'enseignant peut répondre à l'obligation de réussite de la plupart de ses élèves, obligation à laquelle il est astreint.



- Certains pans du fonctionnement ordinaire dans les classes peuvent ainsi s'interpréter à l'aide de ce qu'il convient dès lors de nommer des effets du contrat didactique.
- Le fonctionnement de l'enseignant ébauché cidessus en lien avec les équations du second degré est qualifié de pratique ostensive (Salin, 2002) au sens où il montre des manipulations que les élèves doivent reproduire par imitation comme marqueurs acceptés et prétendument acceptables de l'acquisition du savoir.



- À rebours, une demande de l'enseignant qui rompt de manière trop abrupte des éléments implicites ou explicites du contrat didactique (une rupture de contrat) sont à même d'expliquer le comportement d'élèves mis face au savoir.
- Un exemple typique est relatif à toute demande de l'enseignant de prendre en charge de manière non superficielle une activité considérée par les élèves comme relevant de la théorie. Les élèves renâclent par principe, car la théorie est l'apanage de l'enseignant.
- Les termes du contrat sont alors de nature à saboter d'emblée la possibilité de faire vivre ce type d'activité dans les classes.



- La notion de contrat didactique conduit à questionner de manière forte les approches de type evidence-based car les effets de ce contrat (souvent implicites) ne peuvent être éliminés par la simple constitution randomisée de deux groupes.
- Dès lors, de quoi témoigne la supériorité statistique d'une méthode d'enseignement sur une autre dans des tests pré/post sans prise en compte forte du contrat didactique ? Quelle est la valeur de la réussite ou de l'échec dans pareil contexte?



- Les biais d'interprétation possibles dans les tests pré/post sont légion si l'on s'en tient aux seules « preuves » statistiques, ne fût-ce qu'en raison des pratiques ostensives relevées plus haut liées au contrat didactique ou d'un simple effet d'entraînement/conditionnement, tels ceux mis en évidence par la psychologie behavioriste.
- D'où le danger, pour le chercheur, de s'en tenir trop exclusivement à de telles méthodologies.



- Mais, d'autres outils d'analyse réflexive, issus de la TSD sont aussi nécessaires pour le chercheur, qu'il utilise ou non des outils statistiques.
- Il s'agit des notions de situation fondamentale, situation adidactique et milieu également initiées par Brousseau (1998) en TSD, indispensables pour obtenir des données qui témoignent d'autre chose que d'une simple « résultante » d'un geste d'ostention du professeur.



- Au sens strict, une **situation fondamentale** relative à un savoir est un ensemble de problèmes auxquelles le savoir visé apporte une solution optimale.
- ... que l'on décline en situations adidactiques dévolues aux élèves supposés s'appuyer sur un milieu pour construire le savoir propre à résoudre les problèmes sans « deviner » les attentes du professeur.
- Ces concepts constituent à la fois une théorisation/modélisation du savoir et un outil méthodologique...



- Le milieu est constitué de tout ce sur quoi les apprenants peuvent prendre appui pour la résolution d'un tâche problématique qui leur est soumise sans devoir s'appuyer sur l'approbation ou désapprobation du professeur.
- Ainsi du matériel, la mémoire (Matheron, 2009), l'enseignant ou le chercheur qui ne vendent pas la mèche, un savoir, une connaissance, ... peuvent faire partie du milieu d'une expérience.
- Cette notion formalise l'idée pour le chercheur de relever tout ce que les apprenants ont ou n'ont pas utilisé pour résoudre une tâche.



- L'étude du milieu offre la possibilité pour le chercheur de mettre à jour a posteriori les effets de contrat et pratiques ostensives autant chez les apprenants et enseignants, que dans son propre chef.
- Un niveau plus sophistiqué d'utilisation est de s'interroger a priori sur le milieu à concevoir pour assurer la rencontre des apprenants avec le savoir visé.



- La notion de situation fondamentale permet de s'assurer que le savoir joue un rôle incontournable en un double sens.
 - Comme moyen efficace de résoudre les problèmes posés.
 - Comme possibilité pour les apprenants, les enseignants et les chercheurs d'éviter de devoir recourir à des pratiques ostensives, faute de fonctionnalité du savoir dans les problèmes considérés.



- Le questionnement sur l'optimalité du savoir (en un sens qui sera élargi par la suite) et l'analyse du milieu nous semblent incontournables pour mener une recherche en didactique relative à l'acquisition d'un savoir.
- Il est en effet commun, dans le fonctionnement ordinaire des classes, pour les enseignants et aussi les chercheurs, de proposer des « situations problèmes » en guise d'introduction à un savoir qui souffrent de limitations rédhibitoires.



- Limitation 1. Le problème posé apparait insignifiant du point de vue mathématique (mais aussi parfois au yeux des élèves qui se demandent ce qu'on leur veut).
- Un cas extrême (mais fréquent) est celui où le problème n'en est pas un.
- Exemple. Pour introduire le concept de limite d'une fonction y = f(x) en a qui vaut b et en donner une définition, une pratique répandue consiste à demander aux élèves de remplir un tableau de valeurs à deux entrées.



- Dans la première colonne les élèves doivent indiquer des valeurs de la variable x de plus en plus proches de a et ensuite indiquer en regard, dans la seconde colonne, les valeurs de l'image f(x).
- L'enseignant leur demande ensuite d'**exprimer** ce qu'ils **constatent**.
- Le mode même de construction du tableau les pousse à poser des constats comme « Plus les valeurs de x sont proches de a, plus les images f(x) sont proches de b ».



- Hormis passer du temps à effectuer des calculs numériques, à ce stade, les élèves n'ont résolu aucun problème et n'ont pas mis le doigt sur le caractère contravariant du concept dans l'analyse standard.
- Pourtant, dans un tour de force ostensif magistral, l'enseignant reconnait dans les verbalisations des élèves une marque tangible de l'identification du concept de limite et en profite pour donner « la » définition de limite et passer rapidement aux techniques de calcul.



- Limitation 2. Le problème peut être résolu sans faire appel au savoir visé.
- Exemple. Des enfants de rue en Amérique du Sud sont incapables d'appliquer les procédures de calcul standard diffusées à l'école pour résoudre des problèmes numériques.
- Par contre, ils sont parfaitement capables de les résoudre par des techniques de leur cru qu'ils emploient eux-mêmes dans les petits boulots de rue où ces problèmes surgissent.



- L'enseignant est alors mis à mal pour faire apprendre les techniques institutionnelles qui entrent en concurrence directe avec les connaissances des élèves.
- Le manque de prise en compte du rapport des élèves au savoir visé et de leurs connaissances et le manque de réflexion sur le milieu poussent l'enseignant vers les pratiques ostensives et l'utilisation implicite du contrat, lorsque ce n'est pas un rapport de force avec les élèves qui résistent à se conformer à quelque chose qui n'a pas de sens pour eux.



- Un dernier obstacle propre aux enseignements inspirés du courant socio-constructiviste est l'absence ou la faiblesse de l'institutionnalisation ...
- Il s'agit, pour l'enseignant d'expliquer à ses élèves en quoi l'activité qu'il leur a proposée est représentative d'un questionnement plus global auquel la société est confrontée et comment elle y a fait face à travers les mathématiques, les sciences ou tout autre discipline.
- Pour être efficace dans cette optique, les experts ou tout simplement les humains se sont attelés à regrouper les problèmes en classes, en raison de leur parenté, tout en étudiant la variabilité des paramètres de tous les problèmes d'une même classe.



- Les mathématiques sont construites à partir de ce point de vue pour réaliser une économie de pensée et d'action.
- La démarche d'institutionnalisation pour mettre ce point de vue en évidence est occultée ou tout le moins minorée par la vulgate pédagogique ambiante qui porte un intérêt exagéré aux problèmes « inédits », « concrets », « authentiques », « complexes ».
- Les études **PISA** ont leur **responsabilité** dans ce focus exagéré (Job & al., 2022).



Éléments de théorie anthropologique du didactique (TAD)



- La **TSD** a mis en évidence la manière forte dont différents **aspects institutionnels** conditionnent les possibilités d'acquisition d'un savoir (contrat didactique, institutionnalisation, milieu, situation fondamentale, ...).
- La TAD embrasse cette dimension institutionnelle et la systématise au travers notamment de la notion de transposition didactique (Chevallard, 1991).



- La TAD est anthropologique au sens où elle postule que les institutions d'enseignement font subir au savoir savant des transformations plus ou moins profondes pour en faire un savoir scolaire à enseigner/enseigné.
- Ce phénomène de transposition didactique induit par des « institutions » confère au savoir une relativité institutionnelle.
- Les institutions en jeu peuvent être invisibles a priori aux yeux du profane (ou du chercheur) et constituer l'équivalent des variables « cachées » des méthodes statistiques.



- En TAD, la notion d'institution est entendue en un sens large.
- À coté de l'École, de l'Université, ... cette théorie considère aussi comme institution les courants de pensée (mouvance des compétences, ...) et en définitive tout ce qui peut impacter la transposition du savoir savant.
- Cette définition large s'est imposée à mesure que la recherche en didactique a mis en évidence l'importance de prendre en charge des niveaux plus fins de transposition en adaptant le niveau de granularité au sujet étudié. Voici quelques exemples.



- Les analyses de Volkert (2008) montrent que la notion de contre-exemple, dont l'usage est banal dans les mathématiques contemporaines, est le fruit d'un progrès scientifique.
- Avant que cette pratique soit standardisée (fin 19^{ième}, début 20^{ième}!) on acceptait sans broncher que certains théorèmes souffrent d' exceptions.



- Cette vision, surréaliste de nos jours, était liée à la perception du monde en lien avec les croyances religieuses qui divisaient les phénomènes en normaux et pathologiques.
- Les « contre-exemples » à l'image des cas pathologiques en médecine (pied bot et autres difformités) étaient considérés comme des « erreurs de la nature » et donc évacués du champ de l'investigation scientifique.



- On sait combien l'usage, la compréhension et la création de contre-exemples peut être problématique pour les apprenants.
- L'analyse de la transposition ouvre la perspective que les difficultés des apprenants puissent être liées à leur rapport au monde et non à un manque de travail, de volonté ou tout autre interprétation moralisante.
- Il va sans dire que le rapport au monde des apprenants n'est pas nécessairement celui de la dichotomie entre normal et pathologique.



- Un deuxième exemple est celui de l'étude des nombres relatifs.
- Sous l'influence de l'institution « Bourbakiste », ceux-ci ont été étudiés surtout pour leur structure d'anneau à l'époque des mathématiques dites modernes.
- On cherche aujourd'hui à les enseigner en prenant appui sur des modèles « concrets » plus ou moins fantaisistes.
- La règle « moins par moins donne plus » est récalcitrante de ce point de vue.



- En changeant de regard institutionnel, on peut alors justifier toutes les règles en faisant des nombres relatifs des outils de modélisation algébrique dans le cadre des équations de droites en géométrie ou, en changeant plus drastiquement d'institution, à travers la modélisation algébrique de MRU en physique (Schneider et al.)
- En effet, la **formule p = vt**, rend compte de tels mouvements sur une route rectiligne où l'on a considéré un endroit 0 passé en un temps 0 (présence d'un radar).
- Ce modèle prend en compte des positions, des instants et des vitesses tant négatives que positives : en amont ou en aval du radar, avant ou après s'être fait flasher, en roulant dans un sens ou un autre.
- Et l'économie d'un seul modèle justifie la règle « moins par moins donne plus ». L'alternative est de considérer plusieurs modèles algébriques mais ce n'est pas le choix majoritaire des élèves ;-)



Un **troisième exemple** est le concept de limite à travers des types d'institutions de natures diverses.

- Dans l'histoire du calculus et certains cours pour utilisateurs de mathématiques : la limite est un type de calcul particulier (où l'on supprime des éléments sans jeu de compensation) afin d'obtenir des pentes de tangentes, des vitesses instantanées, des aires délimitées par des courbes. Avec des arguments empiriques pour s'assurer qu'on obtient bien le résultat attendu.
- Ensuite une définition du concept de limite répond à un projet de fondation déductive du calculus. Il s'agit d'en définir les concepts principaux (continuité, dérivée, ...) à partir des limites et d'en démontrer les propriétés associées. Ce projet de fondation s'appelle l'analyse standard (AS)
- Enfin, le concept d'infinitésimal formalisé par Robinson (1966) constitue une alternative pour fonder déductivement le calculus. Cette autre projet de fondation s'appelle l'analyse non standard (ANS).



- On voit là plusieurs institutions en jeu : les unes axées sur des praxéologies (TAD) de type « modélisation » des utilisateurs de math. les autres de type « déduction » : mathématiciens. (Schneider),
- En outre, étant donné cette possibilité alternative entre AS et ANS, le concept de limite n'est pas la réponse « optimale » au projet de fonder déductivement le calculus mais une réponse possible, parmi d'autres.
- C'est donc la réponse jugée optimale par l'institution « Analyse standard » au projet de fondation déductive du calculus. On a là une autre strate d'institution.



- Il y a donc lieu d'étendre la notion de situation fondamentale de la TSD.
- Nous parlerons dès lors de situation fondamentale au sens large pour marquer la différence avec l'entendement initial (au sens strict) de Brousseau.
- Une situation fondamentale au sens large d'un savoir, dans une institution donnée est la réponse jugée optimale par cette institution à une question donnée.



 Cette extension de la modélisation des savoirs (MER) s'avère instrumentale pour le chercheur et permet de questionner la légitimité épistémologique de recherches ou de pratiques d'enseignement.



- Donnons un exemple relatif aux limites, tout en signalant que l'intérêt de cette distinction ne s'arrête pas à ce seul concept.
- Deux chercheurs différents proposent la possibilité de faire produire la définition de b est la limite de la fonction réelle d'une variable réelle f en a à des élèves.
- Le **principe** employé est **identique** dans les deux cas.



- Il s'agit pour les élèves de **produire** une **définition** qui **s'applique** à un ensemble de fonctions telles que $\lim_{x\to a} f(x) = b$ mais **ne s'applique pas** à un autre ensemble de fonctions telles que $\lim_{x\to a} f(x) \neq b$.
- On peut considérer qu'il s'agit d'une activité de modélisation relevant du type de tâches
 « Déterminer la caractéristique commune à un ensemble d'objets qui n'est pas partagée par un autre ensemble d'objets ».



- Ces chercheurs rapportent des résultats « positifs ». Les élèves sont capables de produire la définition attendue.
- Nous n'entrerons pas dans les détails du déroulement et souhaitons nous polariser sur l'analyse de la légitimité ce type de tâches de modélisation.
- Ce type de tâches n'a en soi rien de répréhensible.



- Par contre, dans le contexte des limites, la tâche correspondante prend une coloration beaucoup plus discutable si on se réfère au MER du concept de limite ébauché ci-dessus.
- Dans les activités proposées par ces chercheurs, aucun travail de structuration déductive de concepts et propriétés typiques de l'analyse n'est mis en œuvre par les élèves.



 Dans ce type de recherche, la définition de limite est pour ainsi dire « autonomisée » de la tâche « donner une structure déductive » et la produire devient une fin légitime en soi, indépendamment de la fonction qu'elle est sensée remplir en accord avec le MER.



- Cet exemple cadre une tendance transpositive plus générale répandue à l'école et dont les chercheurs peuvent être dupes.
- Cette tendance consiste, faute d'un MER sur lequel prendre appui, à faire exercer des techniques sur des « tâches » qui n'ont d'autre fonction que de « permettre à ces techniques d'être exercées ».
- Ces « tâches » ont en général une portée et un intérêt mathématiques limités (voire nuls), comme il nous semble que ce soit le cas avec l'exemple des limites.



En toile de fond apparait la distinction forte entre une recherche qui prend appui de manière centrale sur l'étude des savoirs (typifiée par la constitution d'un MER) et un projet d'enseignement ou une recherche qui prend appui de manière centrale sur des principes pédagogiques et/ou un cadre théorique cognitif, indépendamment du questionnement du savoir.



Des principes pédagogiques comme l'inscription dans la mouvance des compétences (transversales), le recours à des activité de modélisation entendue comme moyen de donner du sens « concret », ... peuvent avoir un intérêt pour autant qu'ils soient placés sous la tutelle d'une certaine vigilance épistémologique.



• De fait le porte-à-faux entre MER des limites et l'activité de modélisation proposée par ces chercheurs peut s'envisager comme témoin d'un manque de questionnement du savoir à enseigner et du rapport de transparence que ces chercheurs entretiennent à ce savoir.



Conclusion



Conclusion

- En guise de conclusion nous terminerons sur la mise en évidence de deux dérives constatées dans l'utilisation des cadres théoriques.
- Dérive 1. Plusieurs cadres théoriques sont invoqués de manière syncrétique, sans véritable articulation entre eux.
- Dérive 2. Un seul cadre théorique est employé à titre de méthodologie figée, perdant de vue les fonctions « vivantes » qu'un tel cadre se doit de remplir.





- L'articulation ébauchée ci-dessus, entre TSD et TAD, nous met mettre en garde contre la dérive suivante.
- Dans certaines recherches on invoque simultanément plusieurs cadres théoriques.
- Parfois au-delà de 4!



- Rien n'interdit a priori d'invoquer **plusieurs cadres théoriques** dans une même recherche, que ce soit en articulant TSD et TAD **ou d'autres théories**. Il n'y a pas d'exclusivité a priori.
- Une telle multiplicité **pose** cependant d'emblée **question**.
- En effet, des recherches s'interrogent sur la commensurabilité (Kuhn, 1970; Lakatos, 1978) des cadres théoriques de la didactique et les multiples problèmes d'articulation soulevés (Radford, 2018; Sensevy & Mercier, 2007; Gascón, 2003)



- L'articulation entre TSD et TAD ne fait d'ailleurs pas exception (Artigue, 2009).
- Il semble dès lors incontournable, lorsque plusieurs cadres sont invoqués, de prendre la peine d'articuler explicitement (>< juxtaposer) et de justifier cette articulation, en regard des fonctionnalités que l'assemblage théorique entend assurer.
- L'articulation peut d'ailleurs porter sur des parties de théories, celles mises à contribution dans la recherche et pas forcément l'intégralité de ces théories.



- Dans l'exemple donné ci-dessus d'assemblage entre TSD et TAD, ce sont les besoins de modélisation des savoirs étudiés qui ont poussés à articuler les deux théories.
- Il nous semble par ailleurs avoir montré l'instrumentalité de cet assemblage pour questionner les savoirs à enseigner, notamment du coté des chercheurs.



• Sans un tel travail d'explicitation, le risque est bien réel de sombrer dans le syncrétisme de mauvais aloi où l'assemblage « théorique » sert de vernis scientifique pour déguiser, que ce soit de manière consciente ou inconsciente, un plaidoyer idéologique ou masquer l'absence d'un véritable résultat de recherche.





- Une dérive qui s'inscrit dans la droite ligne de celle du syncrétisme est celle qui consiste, notamment dans une thèse, à développer un cadre théorique qui prend des proportions démesurées par rapport à l'usage qui en fait.
- La partie expérimentale apparait dérisoire en regard de la partie théorique.
- Ce n'est pas l'accumulation d'observables qui fait une thèse, ni l'accumulation de théories, mais la qualité des interprétations de ces observables et le contrôle de ce dont elles témoignent.



- Cette dérive peut marquer un manque de conscience du rôle fonctionnel que doit remplir la théorie dans une recherche.
- Nous nous sommes exprimés dans ce qui précède sur les fonctions que peut et doit remplir un cadre théorique, par l'intermédiaire de la notion de MER.
- Hormis cette notion de MER, il est rare qu'une recherche nécessite l'intégralité d'un cadre théorique. Il convient donc de délimiter avec précision la partie véritablement utile dans la recherche en cours.



- Hormis cette notion de MER, il est rare qu'une recherche nécessite l'intégralité d'un cadre théorique. Il convient donc de délimiter avec précision la partie véritablement utile dans la recherche en cours.
- Le choix du découpage se fera en fonction du savoir étudié et du niveau d'étude visé.



- Plus profondément, le verbiage théorique peut aussi être une manière de masquer la faiblesse d'une recherche et in fine le manque d'idées.
- Il est vrai que tout le monde n'est pas Brousseau et en capacité de créer un nouveau champ de recherche.
- Néanmoins, il nous semble que le manque d'idées va souvent de paire avec un trop grand rapport de transparence que les chercheurs eux-mêmes entretiennent aux savoirs.



- Que ce soit au niveau des transpositions particulières dont ils sont imprégnés (voir plus haut les exemples donnés sur la transposition didactique) qu'à un niveau plus épistémologique de manque d'intimité avec le savoir.
- Comment en effet avoir de nouvelles idées lorsqu'on est pris dans l'ubiquité d'une transposition particulière que l'absence de d'un MER ne permet pas de relativiser?



 Nous revenons donc une fois de plus sur l'importance des MER et pour le chercheur de faire l'exercice (explicite et détaillé) de construire ses propres MER des savoirs auxquels il s'intéresse pour ensuite les comparer à d'autres afin de lui permettre de prendre conscience de ses propres biais, limitations et incompréhensions épistémologiques, mais aussi pour lui permettre de lire d'autres recherches avec en tête une référence épistémologique pertinente.



Merci pour votre attention!



Références

- Artigue, M. (2009). Rapports et articulations entre cadres théoriques : le cas de la théorie anthropologique du didactique. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 29(3), 305–334.
- Bachelard, G. (1968). *Le nouvel esprit scientifique (10 ed.)*. Paris : Les Presses universitaires de France.
- Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble (France): La pensée Sauvage.
- Develay M. (1996). Donner du sens à l'école. Paris : ESF.
- Gascón, J. (2003). From the Cognitive to the Epistemological Programme in the Didactics of Mathematics: Two Incommensurable Scientific Research Programmes? *For the Learning of Mathematics*, 23(2), 44–55.
- Kuhn, T. (1970). The Structure of Scientific Revolutions (2nd ed.). Chicago: University of Chicago Press.
- Matheron, Y. (2009). *Mémoire et Étude des Mathématiques. Une approche didactique à caractère anthropologique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Popper, K. (1959). La logique de la découverte scientifique, Paris, Payot, 1973 [1959], p. 286.
- Radford, L. (2018). On theories in mathematics education and their conceptual differences. In B. Sirakov, P. de Souza, & M. Viana (Eds.), Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Vol. 4, pp. 4055–4074). Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Salin, M.-H. (2002) Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur. In Venturini O, Amade-Escot C, Terrisse A. (Eds.) *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques* (pp.71–81). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Singh, S., & Ernst, E. (2009). *Trick or Treatment The Undeniable Facts About Alternative Medicine*. W. W. Norton & Company.
- Volkert, K. (2008). La mathématique et le pathologique. *Philosophia Scientiæ*, 12-2, 65-74.