UMONS
Université de Mons

POLYTECH MONS

TRIGONOMETRIE ET CALCUL NUMERIQUE

Examen d'admission, septembre 2014 (durée 2h30')

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation

- des formules trigonométriques donnant :
  sin (-a), cos(-a), tg(-a);
  sin (π ± a), cos (π ± a), tg(π ± a);
  sin (π/2 ± a), cos (π/2 ± a), tg (π/2 ± a);
  sin (a ± b), cos (a ± b), tg (a ± b);
  sin 2a, cos 2a, tg 2a;
  sin p ± sin q, cos p ± cos q;
  1 ± cos 2a;
  sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2;

- des relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (relations aux sinus et formules $a^2=b^2+c^2$..., $b^2=$..., $c^2=$...).

Toute autre formule trigonométrique utilisée doit être démontrée.

Vous êtes tenus de répondre à trois questions sur les quatre proposées, chacune valant un tiers des points. Seules les trois questions choisies seront corrigées.

Question 1 : Résoudre l'équation trigonométrique suivante :

$$\left(\frac{1+\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\tan\left(\frac{x}{2}\right)}\right)^2+\sin x=0$$

et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Question 2 : Vérifier l'identité suivante: $\frac{\sin(a+b)-sin(a-b)}{\cos(a-b)-\cos(a+b)}=\sqrt{\frac{1+\cos(2a)}{1-\cos(2a)}}$

Question 3 : Soit un triangle **ABC** vérifiant la propriété suivante : $b=c\left(1+2\cos(A)\right)$

Montrer que dans ce cas **A = 2C**.

Question 4 : Soit une pyramide inclinée à base carrée ABCD de côté a = 60 m, dont toutes les faces latérales sont planes. Chaque face latérale est orientée en direction de l'un des quatre points cardinaux. Le point P, pied de la hauteur abaissée du sommet S de la pyramide, est situé sur l'une des médianes de la base, à 10 m du centre de celle-ci dans la direction Est. Le segment délimité par les points P et S est vu, depuis le point A ou B, sous un angle de 54° et, depuis le point C ou D, sous un angle non communiqué inférieur à cette valeur.

On demande de calculer la distance la plus courte à gravir le long de la face latérale Est pour atteindre le sommet de la pyramide depuis le sol. Que vaut l'angle sous lequel un observateur placé en S voit l'arête de base associée à la face latérale venant d'être escaladée ?

UMONS
Université de Mons

POLYTECH MONS

TRIGONOMETRIE ET CALCUL NUMERIQUE

Examen d'admission, juillet 2014 (durée 2h30')

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation

- des formules trigonométriques donnant :
  sin (-a), cos(-a), tg(-a);
  sin (π ± a), cos (π ± a), tg(π ± a);
  sin (π/2 ± a), cos (π/2 ± a), tg (π/2 ± a);
  sin (a ± b), cos (a ± b), tg (a ± b);
  sin 2a, cos 2a, tg 2a;
  sin p ± sin q, cos p ± cos q;
  1 ± cos 2a;
  sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2;

- des relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (relations aux sinus et formules $a^2=b^2+c^2$..., $b^2=$..., $c^2=$...).

Toute autre formule trigonométrique utilisée doit être démontrée.

Vous êtes tenus de répondre à trois questions sur les quatre proposées, chacune valant un tiers des points. Seules les trois questions choisies seront corrigées.

Question 1 : Résoudre l'équation trigonométrique suivante :

$$\tan(x)+\tan(3x)+\sin(2x)=0$$

Représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Question 2 : Vérifier l'identité suivante:

$$\frac{\cot(x)\cdot\cot(2x)-1}{\cot(x)\cdot\cot(2x)+1}=\cos(2x)-\sin(2x)\cdot\tan(x)$$

Question 3 : Par un point fixe **P** d'un segment **AB**, on mène une perpendiculaire à **AB**. Elle coupe en **D** et **E** les côtés **AC** et **BC** d'un triangle **ABC** inscrit à un demi-cercle de diamètre **AB**.
Montrer que le produit entre **PD** et **PE** est une constante quelle que soit la position du point **C** sur le cercle.
Calculer ensuite la valeur de cette constante lorsque le point **P** est situé aux ¾ d'un segment **AB** de 12 cm de longueur.

Question 4 : Dans l'angle formé par un mur érigé verticalement par rapport au sol horizontal, une petite balle de rayon ***r*** vient se coincer. Une balle de plus grand rayon (***R***) vient, elle aussi, se caler dans cet angle et cacher la plus petite.

Les centres de ces balles (sphériques) se trouvant dans le même plan, perpendiculaire au mur et au sol, quelle est la condition géométrique (relation entre ***R*** et ***r***) pour que la grande balle (supposée indéformable) bloque la plus petite sans l'écraser ?

Qu'adviendra-t-il si la grande balle est un ballon de football (diamètre de 22 cm) et la petite balle est une balle de ping-pong (diamètre de 4 cm) ?

TRIGONOMETRIE ET CALCUL NUMERIQUE

Examen d'admission, septembre 2013 (durée 2h30')

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation

- des formules trigonométriques donnant :
  sin (-a), cos(-a), tg(-a);
  sin (π ± a), cos (π ± a), tg(π ± a);
  sin (π/2 ± a), cos (π/2 ± a), tg (π/2 ± a);
  sin (a ± b), cos (a ± b), tg (a ± b);
  sin 2a, cos 2a, tg 2a;
  sin p ± sin q, cos p ± cos q;
  1 ± cos 2a;
  sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2;

- des relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (relations aux sinus et formules $a^2=b^2+c^2$..., $b^2=$..., $c^2=$...).

Toute autre formule trigonométrique utilisée doit être démontrée.

Vous êtes tenus de répondre à trois questions sur les quatre proposées, chacune valant un tiers des points. Seules les trois questions choisies seront corrigées.

<u>Question 1</u> : **Résoudre l'équation trigonométrique suivante :**

$$\cos^3 x + 2\sin x\left(\frac{\sin(2x)}{4} - 1\right) + 2\sin^3 x = 0$$

et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

<u>Question 2</u> : **Vérifier l'identité suivante:** $\operatorname{tg}\left(45° - \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{\cos a}$

<u>Question 3</u> : **Montrez que, lorsque les côtés d'un triangle ont pour expression**

$$\begin{cases} a = x^2 + x + 1 \\ b = 2x + 1 \qquad \text{avec} \quad x > 1 \\ c = x^2 - 1 \end{cases}$$

alors, l'un des angles du triangle vaut 120°. Résoudre le triangle pour x = 2.

<u>Question 4</u> : **Soit deux cercles concentriques de centre O et de diamètres respectifs D et D' (avec D'<D). Un observateur situé en O voit deux points A et B placés sur le cercle de plus grand diamètre sous un angle d'ouverture α inférieur à π rad. On désigne aussi par A' et B' deux points appartenant au cercle de plus petit diamètre, situés aux intersections avec les segments de droite OA et OB. Pour aller de A à B, deux trajets sont possibles :**

- **Trajet 1 : de A à B le long de la circonférence du cercle extérieur ;**
- **Trajet 2 : de A à B, en se déplaçant d'abord en ligne droite vers A', en empruntant ensuite le morceau de circonférence entre A' et B' le long du cercle intérieur, et enfin en se déplaçant en ligne droite de B' vers B.**

Pour chaque trajet, on choisit la plus courte distance.
En supposant D = 600 m, D' = 500 m et α = 3 rad, calculer la longueur du trajet le plus court. Trouver ensuite une condition sur l'angle α pour que les deux trajets soient de même longueur.

TRIGONOMETRIE ET CALCUL NUMERIQUE

Examen d'admission, juillet 2013 (durée 2h30')

La résolution des questions ne requiert que l'utilisation

- des formules trigonométriques donnant :
  sin (-a), cos(-a), tg(-a);
  sin (π ± a), cos (π ± a), tg(π ± a);
  sin (π/2 ± a), cos (π/2 ± a), tg (π/2 ± a);
  sin (a ± b), cos (a ± b), tg (a ± b);
  sin 2a, cos 2a, tg 2a;
  sin p ± sin q, cos p ± cos q;
  1 ± cos 2a;
  sin a, cos a, tg a en fonction de tg a/2;
- des relations entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle et d'un triangle quelconque (relations aux sinus et formules $a^2=b^2+c^2$..., $b^2=$..., $c^2=$...).

Toute autre formule trigonométrique utilisée doit être démontrée.

Vous êtes tenus de répondre à trois questions sur les quatre proposées, chacune valant un tiers des points. Seules les trois questions choisies seront corrigées.

Question 1 : **Résoudre l'équation trigonométrique suivante :**

$$\sin^2(x)+\sin^2(y)+\cos(y)+0,75=0$$

avec la condition supplémentaire : $\cos(y)=2\sin(x)$

Représenter les solutions (en x et en y) sur le cercle trigonométrique.

Question 2 : **Vérifier l'identité suivante:**

$$\sin(a)+2\sin(2a)+\sin(3a)=8\sin(a)\cos^4\left(\frac{a}{2}\right)-2\sin^3(a)$$

Question 3 : **Dans un triangle ABC, l'angle C est connu et vaut 120°. Déterminer la valeur de l'angle B si**

$$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

Déterminer, en outre, les valeurs des longueurs b et c, si a = 4 cm.

Question 4 : **Lors de la construction de nouvelles voies ferrées, on désire assurer la jonction entre deux lignes de façon progressive. Les directions des deux lignes concernées (que l'on peut assimiler à des droites, en négligeant l'écartement des rails) se coupent à 120°, en un point virtuel O. On désire effectuer le changement de direction en suivant l'arc d'un cercle, de rayon 1 km, dont le centre est situé sur la bissectrice de l'angle, de sommet O, formé par les deux voies.**
Soient A et B, les points de contact entre les voies et l'arc de cercle considéré.
Calculer 1) les distances OA et OB ;
2) la longueur de l'arc de cercle AB ;
3) la distance maximale entre cet arc de cercle AB et la corde AB.