**Bases de Données I, Mons, 9 janvier 2024**

NOM + PRÉNOM :

Orientation + Année :

Cet examen comprend 10 questions et doit être terminé dans une durée précise de 3 heures. Les questions sont censées être claires. Aucune clarification supplémentaire ne sera fournie pendant l'examen. Si une question vous semble ambiguë ou incomplète, veuillez formuler vos hypothèses et répondez en fonction de celles-ci.

**Question 1** La Société Nationale des Cinémas Belges (SNCB) stocke des informations sur les cinémas et leur programmation actuelle dans la table montrée ci-dessous. Une adresse postale est composée d'une rue, un numéro (*Nr*) et un code postale (*CP*). Chaque code postal permet d'identifier de manière unique une commune spécifique. À titre d'exemple, le code postal 9300 correspond à Alost, et le code postal 5020 est associé à Namur. Il est à noter que toutes les rues au sein d'une même commune possèdent des noms distincts.

Chaque société de cinéma est identifiée par un nom unique (*Société*). Une société de cinéma peut exploiter plusieurs salles de projection, éventuellement réparties dans diverses communes. Au sein d'une même commune, les salles de projection appartenant à une même société sont numérotées de manière séquentielle (I, II, III, ...).

Chaque salle possède une adresse postale distincte, et il est possible que deux salles différentes soient localisées à la même adresse postale, par exemple, en occupant des emplacements différents comme le rez-de-chaussée et l'étage. Toutefois, deux sociétés distinctes ne peuvent pas partager une même adresse postale. La capacité des salles est comprise entre 100 et 500 places.

Chaque film est identifié de façon unique par son numéro ISAN (*International Standard Audiovisual Number*). Les premières deux lignes signifient que le film “Felice” de P. Delpeut est programmé à 19:15 et à 21:15 dans la salle I de la société Utopia à Alost. Ce film est aussi programmé dans la salle I de la société Kinepolis à Namur, à 18:00 (cinquième ligne). Il ne faut pas confondre ce film avec celui de S. Spielberg portant le même titre (dernière ligne). Au sein d'une commune donnée, les droits de projection d'un film ne sont jamais accordés à deux sociétés différentes. Par exemple, à Alost, la société Utopia détient les droits de projection du film "Felice" de P. Delpeut ; par conséquent, Kinepolis n'a pas la possibilité de programmer ce film à Alost.

Évidemment, aucune société ne peut programmer deux films différents au même moment dans une même salle. Les films d'un même réalisateur sont tous pourvus de titres différents.

| *Société* | *Salle* | *Capacité* | *Rue* | *Nr* | *CP* | *Titre* | *Réalisateur* | *ISAN* | *Heure* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Utopia | I | 300 | Pl. du Parc | 6 | 9300 | Felice | P. Delpeut | PD139 | 19:15 |
| Utopia | I | 300 | Pl. du Parc | 6 | 9300 | Felice | P. Delpeut | PD139 | 21:15 |
| Kinepolis | I | 350 | R. du Marché | 8 | 9300 | Felice | S. Spielberg | RO205 | 18:00 |
| Kinepolis | II | 250 | R. du Marché | 10 | 9300 | Sisters | T. Ravolta | JW130 | 18:00 |
| Kinepolis | I | 250 | Av. Codd | 106 | 5020 | Felice | P. Delpeut | PD139 | 18:00 |
| Palace | I | 100 | Av. Codd | 5 | 5020 | Sisters | T. Ravolta | JW130 | 18:15 |
| Palace | II | 150 | Av. Gray | 5 | 5020 | Brothers | T. Ravolta | BR130 | 18:15 |
| Palace | III | 100 | Av. Codd | 5 | 5020 | Felice | S. Spielberg | RO205 | 19:00 |

Quelles sont les dépendances fonctionnelles que l'on peut raisonnablement imposer sur ces données ?

.../10

*Société, CP, Salle → Rue, Nr, Capacité*
*CP, Rue, Nr → Société*
*Société, CP, Salle, Heure → ISAN*
*ISAN → Titre, Réalisateur*
*Titre, Réalisateur → ISAN*
*ISAN, CP → Société*

**Question 2** Les tables ci-dessous sont utilisées pour enregistrer les résultats des podiums (médailles d'or, d'argent et de bronze) des épreuves de natation aux Jeux Olympiques (JO). Seules les courses individuelles sont enregistrées, excluant les épreuves de relais.

- Supposons que chaque athlète est identifié par un nom unique et invariable.
- Les années de naissance sont enregistrées dans la table ATHLÈTES. Un athlète a la possibilité de changer de nationalité. Dans l'exemple, M. Phelps est passé de la Grande-Bretagne (GBR) aux États-Unis (USA) entre 2000 et 2004. Il est formellement interdit de représenter deux pays différents lors des mêmes JO.
- La finale d'une discipline a lieu à une date spécifique. Par exemple, en 2004, la finale du 200 mètres papillon messieurs a eu lieu le 17/8. Pour une épreuve, il y a exactement une médaille de chaque couleur. Il est possible de remporter plusieurs médailles à une même date dans des disciplines différentes.
- Les Jeux Olympiques sont attribués à une seule ville : Athènes en 2004, Sydney en 2000… Certaines villes, telles que Paris et Athènes, ont déjà organisé les JO à plusieurs reprises.

Donnez pour chaque table la clé primaire, les clés étrangères et les contraintes de type UNIQUE, en utilisant la syntaxe vue au cours.

| *DATES* | *Année* | *Nage* | *Distance* | *Genre* | *Jour* |
|---|---|---|---|---|---|
| | 2004 | Papillon | 200 | M | 17/8 |
| | 2004 | Libre | 200 | M | 16/8 |
| | 2000 | Libre | 50 | F | 23/9 |
| | 2000 | Papillon | 200 | M | 23/9 |
| | | | ⋮ | | |

| *VILLES* | *Année* | *Ville* |
|---|---|---|
| | 2004 | Athènes |
| | 2000 | Sydney |
| | | ⋮ |

| *NAT* | *Année* | *Participant* | *Pays* |
|---|---|---|---|
| | 2004 | M. Phelps | USA |
| | 2004 | T. Yamamoto | JAP |
| | 2004 | S. Parry | GBR |
| | 2000 | I. de Bruijn | NED |
| | 2000 | M. Phelps | GBR |
| | | ⋮ | |

| *ATHLÈTES* | *Nom* | *Naissance* |
|---|---|---|
| | M. Phelps | 1985 |
| | T. Yamamoto | 1978 |
| | S. Parry | 1977 |
| | I. de Bruijn | 1973 |
| | | ⋮ |

| *PODIUM* | *Année* | *Nage* | *Distance* | *Sexe* | *Athlète* | *Médaille* | *Temps* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2004 | Papillon | 200 | M | M. Phelps | Or | 1:54.04 |
| | 2004 | Papillon | 200 | M | T. Yamamoto | Argent | 1:54.56 |
| | 2004 | Papillon | 200 | M | S. Parry | Bronze | 1:55.52 |
| | 2004 | Libre | 200 | M | M. Phelps | Bronze | 1:45.32 |
| | 2000 | Libre | 50 | F | I. de Bruijn | Or | 0:24.32 |
| | 2000 | Papillon | 200 | M | M. Phelps | Argent | 1:55.19 |
| | | | | ⋮ | | | |

---

…/10

ATHLÈTES PK(Nom)
VILLES PK(Année)
NAT PK(Année, Participant)
FK(Année) REFS VILLES
FK(Particiapnt) REFS ATHLÈTES
DATES PK(Annéé, Nage, Distance, Genre)
FK(Année) REFS VILLES
PODIUM PK(Année, Nage, Distance, Sexe, Médaille)
FK(Année, Athlète) REFS NAT
FK(Année, Nage, Distance, Sexe) REFS DATES
UNIQUE(Année, Nage, Distance, Athlète)

La dernière ligne avec UNIQUE demeure justifiée même en considérant que des athlètes peuvent changer de genre, car la relation PODIUM satisfera toujours la dépendance fonctionnelle *Année, Athlète* $\rightarrow$ *Sexe* (c'est-à-dire que le sexe ne peut pas changer *pendant* les Jeux Olympiques).

Certains étudiants ont suggéré qu'il serait raisonnable d'imposer la dépendance fonctionnelle *Année, Nage, Sexe* $\rightarrow$ *Distance* à la relation PODIUM. Du point de vue *théorique*, cette suggestion est peu habile, car elle implique que la relation "PODIUM" ne respecterait pas la forme normale de Boyce-Codd (BCNF) et que la colonne "Distance" pourrait être omise. En réalité, même la dépendance fonctionnelle *Année, Nage, Sexe, Athlète, Médaille* $\rightarrow$ *Distance* n'est pas pertinente :-) :

| *PODIUM* | *Année* | *Nage* | *Distance* | *Sexe* | *Athlète* | *Médaille* | *Temps* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2008 | Papillon | 100 | M | M. Phelps | Or | 0:50.58 |
| | 2008 | Papillon | 200 | M | M. Phelps | Or | 1:52.03 |

---

**Question 3** Pour la base de données de la question 2, écrivez une requête en algèbre relationnelle pour répondre à la question :

> Pour chaque année où les Jeux Olympiques ont eu lieu, lister le participant ayant la plus petite année de naissance.
> En d'autres termes, identifier le participant le plus âgé pour chaque édition des JO.

Par exemple, parmi les deux participants de 2000 (à savoir : I. de Bruijn née en 1973 et M. Phelps né en 1985), I. de Bruijn a l'année de naissance la plus petite. Pour la base de données de la question 2, le résultat est :

| *Année* | *Athlète* | *Naissance* |
|---|---|---|
| 2004 | S. Parry | 1977 |
| 2000 | I. de Bruijn | 1973 |

Pour cette question, on peut utiliser la sélection $\sigma_{A<B}(E)$ avec $A, B \in sorte(E)$. La sémantique est :

$$[\![\sigma_{A<B}(E)]\!]^{\mathcal{I}} = \{t \in [\![E]\!]^{\mathcal{I}} \mid t(A) < t(B)\}.$$

---

…/10

Créons d'abord une table $E[\textit{Année}, \textit{Athlète}, \textit{Naissance}]$ où $E(j, p, n)$ est vrai si l'athlète $p$ a pris part aux Jeux Olympiques de l'année $j$ et est né en année $n$ :

$$E := \rho_{\textit{Nom}\to\textit{Athlète}}(\pi_{\textit{Année},\ \textit{Nom},\ \textit{Naissance}}(\rho_{\textit{Participant}\to\textit{Nom}}(\textit{NAT}) \bowtie \textit{ATHLÈTES})).$$

Créons ensuite une table $F[\textit{Année}, \textit{Athlète}, \textit{Naissance}, \textit{Birth}]$ comme suit :

$$F := E \bowtie \rho_{\textit{Naissance}\to\textit{Birth}}(\pi_{\textit{Année},\ \textit{Naissance}}(E)).$$

Alors, $F(j, p, n, b)$ est vrai si à la fois $E(j, p, n)$ est vrai et les JO de l'année $j$ ont compté parmi leurs participants un athlète né en année $b$. La requête demandée doit renvoyer $E(j, p, n)$ s'il n'existe pas de $b$ avec $b < n$ tel que $F(j, p, n, b)$ est vrai. La requête demandée est donc :

$$E - \pi_{\textit{Année},\ \textit{Athlète},\ \textit{Naissance}}(\sigma_{\textit{Birth}<\textit{Naissance}}(F)).$$

---

**Question 4** Pour la base de données de la question 2, écrivez une requête en calcul relationnel qui renvoie le nom de chaque athlète ayant remporté une médaille d'or à toutes ses participations aux Jeux Olympiques.

Pour la base de données de la question 2, le résultat est comme suit :

| |
|---|
| I. de Bruijn |

M. Phelps n'est pas dans le résultat, car il était athlète en 2000, mais n'a pas gagné de médaille d'or en 2000. Notez la présence d'I. de Bruijn dans la réponse, même si elle n'a pas remporté de médaille d'or en 2004. En fait, I. de Bruijn n'a pas participé aux Jeux Olympiques de 2004.

---

…/10

$$\{x \mid \exists y\,(\textit{ATHLÈTES}(x, y)) \land \forall u \forall w\,(\textit{NAT}(u, x, w) \to \exists z_1 \exists z_2 \exists z_3 \exists z_4\,(\textit{PODIUM}(u, z_1, z_2, z_3, x, \text{“Or”}, z_4)))\}$$

---

**Question 5** Pour des ensembles non-vides $X, Y$ d'attributs, on ajoute un nouvel opérateur unaire $\delta_{X,Y}$ à l'algèbre SPJRUD. De façon formelle, $\delta_{X,Y}$ est défini comme suit :

**Syntaxe :** Si $E$ est une expression algébrique telle que $sorte(E) = X \cup Y$ et $X \neq sorte(E) \neq Y$, alors $\delta_{X,Y}(E)$ est une expression algébrique telle que $sorte(\delta_{X,Y}(E)) = sorte(E)$.

**Sémantique :** Soit $\mathcal{I}$ une instance de base de données. On définit :

$$[\![\delta_{X,Y}(E)]\!]^{\mathcal{I}} := \begin{cases} [\![E]\!]^{\mathcal{I}} & \text{si } [\![E]\!]^{\mathcal{I}} \text{ satisfait la dépendance de jointure } \bowtie[X,Y]\,; \\ \{\} & \text{sinon.} \end{cases}$$

En termes simples, $\delta_{X,Y}$ renvoie la relation d'entrée si cette dernière satisfait la dépendance de jointure $\bowtie[X,Y]$ ; sinon, $\delta_{X,Y}$ renvoie la relation vide. Il est implicite que la relation d'entrée possède $X \cup Y$ comme attributs (c'est-à-dire que l'application de l'opérateur est syntaxiquement correcte).

Par exemple, soit $e$ la relation suivante :

| $e$ | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| | $a$ | $d$ | 1 |
| | $b$ | $d$ | 2 |
| | $a$ | $d$ | 2 |
| | $b$ | $d$ | 1 |
| | $a$ | $e$ | 1 |

Puisque $e \models \bowtie[AB, BC]$, on obtient $\delta_{AB,BC}(e) = e$. Puisque $e \not\models \bowtie[AC, BC]$, on obtient $\delta_{AC,BC}(e) = \{\}$. Remarquez que des expressions qui sont syntaxiquement incorrectes, comme par exemple $\delta_{A,C}(e)$, ne sont pas prises en considération dans les questions qui suivent.

Cochez la case qui précède une expression correcte :

☐ pour tous les ensembles $X$ et $Y$, l'opérateur $\delta_{X,Y}$ est monotone ;

☒ pour tous les ensembles $X$ et $Y$, l'opérateur $\delta_{X,Y}$ est non-monotone ;

☐ pour certains ensembles $X$ et $Y$, l'opérateur $\delta_{X,Y}$ est monotone, et pour d'autres ensembles $X$ et $Y$, l'opérateur $\delta_{X,Y}$ est non-monotone.

Démontrez l'exactitude de la case cochée.

---

…/5

Soient $X_0 = X \setminus Y$ et $Y_0 = Y \setminus X$. Puisque $sorte(E) = X \cup Y$ et $X \neq sorte(E) \neq Y$, il est correct de conclure $X_0 \neq \emptyset \neq Y_0$. Considérez les tables suivantes où $X_0$ et $Y_0$ représentent des ensembles d'attributs non vides, et $X \cap Y$ représente un ensemble d'attributs qui pourrait être vide :

| $e_1$ | $X_0$ | $X \cap Y$ | $Y_0$ |
|---|---|---|---|
| | $a$ | $c$ | $d$ |

| $e_2$ | $X_0$ | $X \cap Y$ | $Y_0$ |
|---|---|---|---|
| | $a$ | $c$ | $d$ |
| | $b$ | $c$ | $e$ |

| $\pi_X(e_2) \bowtie \pi_Y(e_2)$ | $X_0$ | $X \cap Y$ | $Y_0$ |
|---|---|---|---|
| | $a$ | $c$ | $d$ |
| | $b$ | $c$ | $e$ |
| | $a$ | $c$ | $e$ |
| | $b$ | $c$ | $d$ |

Il est facile de vérifier que $e_1 \models \bowtie[X,Y]$. Effectivement, une relation doit comprendre au moins deux tuples pour être en mesure de ne pas satisfaire une dépendance de jointure. Puisque $e_2 \subsetneq \pi_X(e_2) \bowtie \pi_Y(e_2)$, il est correct de conclure $e_2 \not\models \bowtie[X,Y]$. Donc, $\delta_{X,Y}(e_1) = e_1$ et $\delta_{X,Y}(e_2) = \{\}$. Puisque $e_1 \subseteq e_2$ et $\delta_{X,Y}(e_1) \not\subseteq \delta_{X,Y}(e_2)$, il est correct de conclure que l'opérateur $\delta_{X,Y}$ est non-monotone.

Certains étudiants ont observé que pour toute relation $e$, si $e \models X \cap Y \rightarrow X$ ou $e \models X \cap Y \rightarrow Y$, alors le Théorème de Heath implique que $\delta_{X,Y}(e) = e$. Bien que cette observation soit correcte, elle manque de pertinence ; elle indique cependant que la relation $e_2$ utilisée précédemment pour démontrer la non-monotonie ne peut satisfaire ni $X \cap Y \rightarrow X$ ni $X \cap Y \rightarrow Y$.

**Question 6** L'algèbre SPJRUD$\delta$ est définie comme l'algèbre résultante de l'ajout du nouvel opérateur $\delta_{X,Y}$, tel que défini dans la question 5, à l'algèbre SPJRUD, pour tous les ensembles $X$ et $Y$. Cochez la case qui précède une expression correcte :

- ☒ Pour chaque expression $E$ en SPJRUD$\delta$, il existe une expression $E'$ en SPJRUD telle que $E' \equiv E$. Le nouvel opérateur est donc redondant.
- ☐ L'algèbre SPJRUD$\delta$ est plus expressive que SPJRUD.

Argumentez votre choix. Si vous avez cochez la première case, expliquez la construction de $E'$ à partir de $E$.

---

…/10

**Réponse qui s'appuie sur l'équivalence de l'SPJRUD et le calcul relationnel (Théorème de Codd).** Comme vu dans le cours, toute dépendance de jointure est exprimable en calcul relationnel. Par exemple, une relation avec schéma $E[A, B, C]$ satisfait $\bowtie[AB, BC]$ ssi elle satisfait $\forall x \forall y \forall z \forall x' \forall z' \, (E(x, y, z) \wedge E(x', y, z') \rightarrow E(x, y, z'))$. Pour chaque dépendance de jointure $E : \bowtie[X, Y]$, il existe donc une formule équivalente (que nous nommerons $\psi_{E:\bowtie[X,Y]}$) ne contenant aucune variable libre. Ainsi, il est possible d'exprimer $\delta_{X,Y}(E)$ en utilisant le calcul relationnel :

$$\{\vec{v} \mid \varphi_E(\vec{v}) \wedge \psi_{E:\bowtie[X,Y]}\}, \tag{1}$$

où la formule $\varphi_E(\vec{v})$ est la formule équivalente à l'expression algébrique $E$. Il est facile à vérifier que cette requête est *domain independent*. Remarquez : si $\psi_{E:\bowtie[X,Y]}$ s'évalue à true, la requête (1) s'évalue à $\{\vec{v} \mid \varphi_E(\vec{v})\}$ ; sinon, elle s'évalue à $\{\vec{v} \mid \varphi_E(\vec{v}) \wedge \mathsf{false}\}$, ce qui résulte en un ensemble vide. La requête (1) est donc bien équivalente à $\delta_{X,Y}(E)$. On a donc démontré que $\delta_{X,Y}(E)$ est exprimable en calcul relationnel, et par conséquent, en utilisant le théorème de Codd enseigné en cours, peut être exprimé en SPJRUD.

**Réponse qui ne s'appuie pas sur le Théorème de Codd.** Puisque $X \not\subseteq Y$, il existe un attribut $A \in X \setminus Y$. Soit

$$F := \pi_A((\pi_X(E) \bowtie \pi_Y(E)) - E),$$

une expression avec $sorte(F) = \{A\}$. Si $E$ renvoie une relation qui satisfait $\bowtie[X, Y]$, alors $F$ s'évalue à la relation vide ; sinon, $F$ s'évalue à une relation non vide. Soit

$$G := E - \pi_{XY}(E \bowtie \rho_{A \to B}(F)).$$

Considérons tout d'abord le cas où la relation renvoyée par $E$ satisfait $\bowtie[X, Y]$. Dans cette situation, l'évaluation de $F$ conduit à la relation vide. Par conséquent, $\pi_{XY}(E \bowtie \rho_{A\to B}(F))$ est également vide. En résultat, l'évaluation de $G$ donne la relation $E$.

Considérons ensuite le cas où la relation renvoyée par $E$ ne satisfait pas la dépendance de jointure $\bowtie[X, Y]$. Alors l'évaluation de $F$ produit une relation non vide. Par conséquent, $\pi_{XY}(E \bowtie \rho_{A\to B}(F))$ s'évalue à $E$, ce qui conduit à une évaluation de $G$ résultant en une relation vide.

Il est maintenant correct de conclure que $G$ est équivalent à $\delta_{X,Y}(E)$.

**Note :** Cette question est très proche à la question 6 de l'examen du 17 janvier 2022, dont la solution est disponible publiquement sur le site web du cours. Dans cette solution, la possibilité de réaliser une projection sur l'ensemble vide d'attributs est expliquée. En appliquant cette projection, il devient possible de simplifier davantage l'expression algébrique équivalente à $\delta_{X,Y}(E)$ :

$$\delta_{X,Y}(E) \equiv E - \left(E \bowtie \pi_{\{\}}((\pi_X(E) \bowtie \pi_Y(E)) - E)\right).$$

---

**Question 7** Considérez le schéma-DF suivant :

$$(ABCDE, \{BC \to DE, D \to E\}).$$

Donnez une décomposition de ce schéma en 3NF qui préserve les dépendances fonctionnelles. Argumentez que votre décomposition *(i)* préserve le contenu, *(ii)* préserve les dépendances fonctionnelles, et *(iii)* est en 3NF.

---

…/10

Une clé pour ce schéma-DF est $ABC$. Un ensemble irréductible équivalent à $\{BC \to DE, D \to E\}$ est $\{BC \to D, D \to E\}$. En utilisant un théorème vu en cours, une décomposition en 3NF qui répond à la question comprend donc trois composants :

— $(ABC, \{\})$ ;
— $(BCD, \{BC \to D\})$ ;
— $(DE, \{D \to E\})$.

Cependant, il n'était pas nécessaire de mémoriser ce théorème, en procédant de la manière suivante. Il est facile de vérifier que $ABC$ est la seule clé. Le schéma-DF n'est pas en 3NF à cause de $D \to E$ : effectivement, $D \to ABCDE$ n'est pas une conséquence logique $\{BC \to DE, D \to E\}$ et $E$ n'est pas premier. Le Théorème de Heath nous permet une décomposition en deux composants :

— $(ABCD, \{BC \to D\})$ ;
— $(DE, \{D \to E\})$.

Le composant $(ABCD, \{BC \to D\})$ a $ABC$ comme seule clé et n'est pas en 3NF à cause de $BC \to D$. En appliquant le Théorème de Heath une seconde fois, cette fois-ci sur le composant $(ABCD, BC \to D)$, nous obtenons la décomposition suivante :

— $(ABC, \{\})$ ;
— $(BCD, \{BC \to D\})$ ;
— $(DE, \{D \to E\})$.

Il est facile de vérifier que cette décomposition en trois composants préserve les dépendances fonctionnelles, et que chaque composant est en 3NF. En plus, le Théorème de Heath nous garantit qu'il s'agit bien d'une décomposition, i.e., que le contenu est préservé.

---

**Question 8** Soit $\varphi = \forall x \exists y\, (R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x))$, une formule en logique des prédicats. Soit $\mathcal{I}$ une instance de base de données qui contient la relation suivante :

$$\begin{array}{c|cc} R & A & B \\ \hline & 1 & 2 \\ & 2 & 1 \\ & 1 & 1 \\ & 2 & 2 \end{array}\,.$$

Cochez la case qui précède une expression correcte :

☐ La formule $\varphi$ est vraie dans $\mathcal{I}$.

☐ La formule $\varphi$ est fausse dans $\mathcal{I}$.

☒ Puisque $\varphi$ n'est pas *domain independent*, il n'est pas possible de savoir si $\varphi$ est vraie ou fausse dans $\mathcal{I}$ sans connaître le domaine d'interprétation $\mathbf{dom}$.

Argumentez votre choix.

---

…/10

La formule $\varphi$ est équivalente à

$$\forall x \exists y\, (\neg R(x,y) \vee \neg R(y,x))\,.$$

Cette expression signifie que, pour chaque valeur de $x$, il existe une valeur $y$ telle qu'au moins un des tuples parmi $(x,y)$ et $(y,x)$ ne se trouve pas dans la relation $R$. Si le domaine d'interprétation est limité au domaine actif, à savoir $\{1,2\}$, l'expression $\varphi$ est fausse dans $\mathcal{I}$, car $R$ contient tous les tuples de $\{1,2\} \times \{1,2\}$.

Cependant, dès qu'un élément est ajouté au domaine d'interprétation (supposons l'élément 3), l'expression $\varphi$ devient vraie en interprétant $y$ comme étant égal à 3. En effet, pour toute valeur de $x$, ni $(x,3)$ ni $(3,x)$ n'appartiennent à la relation $R$.

En conclusion, la valeur de vérité de $\varphi$ varie selon le domaine d'interprétation.

**Question 9** Soient

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= ABCDEFG\\ \Sigma &= \{ABC \rightarrow D, ABCE \rightarrow FG, ACDF \rightarrow BG, B \rightarrow A, BCF \rightarrow D, DEF \rightarrow C, F \rightarrow E\}\end{aligned}$$

Cochez la case qui précède une expression correcte :

- ☐ Le schéma $(\mathcal{A}, \Sigma)$ est en BCNF.
- ☒ Le schéma $(\mathcal{A}, \Sigma)$ est en 3NF mais n'est pas en BCNF.
- ☐ Le schéma $(\mathcal{A}, \Sigma)$ n'est pas en 3NF.

Détaillez les arguments qui mènent à cette conclusion.

---

…/15

On construit d'abord $\Sigma_1$ tel que $\Sigma_1 \equiv \Sigma$ et $\Sigma_1$ ne contient que des dépendances fonctionnelles singulières :

$$\Sigma_1 = \{ABC \rightarrow D, ABCE \rightarrow F, ABCE \rightarrow G, ACDF \rightarrow B, ACDF \rightarrow G, B \rightarrow A, BCF \rightarrow D, DEF \rightarrow C, F \rightarrow E\}.$$

En utilisant $B \rightarrow A$ et $F \rightarrow E$ de $\Sigma_1$, il est possible de simplifier les parties gauches de certaines dépendances fonctionnelles, aboutissant ainsi à $\Sigma_2$ tel que $\Sigma_2 \equiv \Sigma$ :

$$\Sigma_2 = \{BC \rightarrow D, BCE \rightarrow F, BCE \rightarrow G, ACDF \rightarrow B, ACDF \rightarrow G, B \rightarrow A, BCF \rightarrow D, DF \rightarrow C, F \rightarrow E\}.$$

En utilisant $DF \rightarrow C$ de $\Sigma_2$, il est possible de simplifier encore plus les parties gauches de certaines dépendances fonctionnelles, aboutissant ainsi à $\Sigma_3$ tel que $\Sigma_3 \equiv \Sigma$ :

$$\Sigma_3 = \{BC \rightarrow D, BCE \rightarrow F, BCE \rightarrow G, ADF \rightarrow B, ADF \rightarrow G, B \rightarrow A, BCF \rightarrow D, DF \rightarrow C, F \rightarrow E\}.$$

On peut vérifier que $ADF$ et $BCE$ sont deux clés. [Plusieurs étudiants ont indiqué à tort que $ACDF$ constitue une clé.] Donc, $A, B, C, D, E$ et $F$ sont des attributs premiers. Pour toute dépendance fonctionnelle $X \rightarrow K$ présente dans $\Sigma_3$, on observe que soit $K$ est un attribut premier, soit $\Sigma_3 \models X \rightarrow ABCDEFG$. Le schéma est donc en 3NF.

Le schéma n'est pas en BCNF, car $B \rightarrow A$ est dans $\Sigma$, mais $\Sigma \not\models B \rightarrow ABCDEFG$.

**Question 10** Considérez l'exécution suivante :

$$R_1(A)R_2(B)R_3(B)R_2(A)R_1(B)W_3(B)R_3(D)W_2(A)W_1(C)R_2(D)$$

Est-ce que cette exécution est possible en 2PL ? Complétez l'exécution avec des demandes de verrous ou argumentez pourquoi cette exécution n'est pas possible en 2PL.

---

…/10

| | | |
|---|---|---|
| $R_1(A)$ | | |
| | $R_2(B)$ | |
| | | $R_3(B)$ |
| | $R_2(A)$ | |
| $R_1(B)$ | | |
| | | $W_3(B)$ |
| | | $R_3(D)$ |
| | $W_2(A)$ | |
| $W_1(C)$ | | |
| | $R_2(D)$ | |

---