Bases de Données I, Mons, 14 janvier 2026

NOM + PRÉNOM :	
Orientation + Année :	

Cet examen comprend 9 questions et doit être terminé dans une durée précise de 3 heures. Les questions sont censées être claires. Aucune clarification supplémentaire ne sera fournie pendant l'examen. Si une question vous semble ambiguë ou incomplète, veuillez formuler vos hypothèses et répondez en fonction de celles-ci.

Question 1 Soient

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= ABCDEF \\ \Sigma &= \{AB \to C, EF \to D, D \to B, CE \to A, CA \to E, AD \to F\} \end{aligned}$$

Cochez la case qui précède une expression correcte :

- ☐ L'attribut B est premier.
- ☐ L'attribut B n'est pas premier.

Détaillez les arguments qui mènent à cette conclusion.

. . ./6

Question 2 **BruElec** est une agence de location de bicyclettes électriques à Bruxelles qui dispose de plusieurs bornes de recharge électrique. Chaque borne possède un numéro unique. Les clients de BruElec peuvent consulter la disponibilité des bicyclettes via une application sur smartphone. Une location commence lorsqu'un client déverrouille la bicyclette à la borne et se termine lorsque la bicyclette est de nouveau verrouillée. Une borne ne peut héberger et charger qu'une seule bicyclette à la fois. Les serrures des bornes sont ouvertes et fermées via l'application smartphone. La borne de départ peut être différente de la borne de retour.

Dans la table ci-dessous, chaque rangée correspond à une location d'une bicyclette par un client :

- *Client* : numéro unique d'un client ;
- *Vélo* : numéro unique d'une bicyclette ;
- *Type* : type de la bicyclette, dont les valeurs possibles sont **C** (Classique), **VGV** (Vélo Grande Vitesse), etc. ;
- *Borne* : numéro de la borne où le client a déverrouillé la bicyclette ;
- *Adr* : adresse de la borne de déverrouillage ;
- *Date* et *Heure* : moment du déverrouillage, où l'heure est fournie au format HH:MM:SS ;
- *Bfin* : numéro de la borne où la bicyclette a été verrouillée de nouveau ;
- *Afin* : adresse de la borne *Bfin* ;
- *Durée* : durée en secondes de la location ;
- *Prix* : prix en eurocents à payer pour cette location.

Une bicyclette ne peut pas changer de type. Deux bicyclettes ne peuvent pas occuper la même borne au même moment. Une bicyclette ne peut pas être à deux endroits différents en même temps. Un client ne peut pas louer deux bicyclettes différentes en même temps. Une borne ne change jamais d'adresse. À une même adresse peuvent se trouver plusieurs bornes. Le prix est calculé selon la formule :

$$Prix = Durée \times f_{Type} \times f_{Date},$$

où le facteur f_{Type} dépend du type de la bicyclette et le facteur f_{Date} dépend de la date du déverrouillage. Ainsi, deux locations du même type de bicyclette, de même durée et débutant à la même date ont le même prix.

Client	*Vélo*	*Type*	*Borne*	*Adr*	*Date*	*Heure*	*Bfin*	*Afin*	*Durée*	*Prix*
C123	V123	VGV	B039	15, Av. Trévi	25/12/25	09:15:23	B017	19, Av. Vésuve	3000	750
C456	V456	C	B018	17, Av. Eiffel	25/12/25	09:15:23	B039	15, Av. Trévi	3007	602
C123	V123	VGV	B017	19, Av. Vésuve	02/01/26	11:15:36	B040	15, Av. Trévi	6035	1204

A. Quelles sont les dépendances fonctionnelles que l'on peut raisonnablement imposer sur ces données ? Ne proposez pas de dépendances fonctionnelles non raisonnables, car cela entraînerait une diminution de votre note.

B. Donnez un **ensemble irréductible** impliquant exactement les dépendances fonctionnelles mentionnées dans A. Si les dépendances fonctionnelles mentionnées dans A constituent déjà un ensemble irréductible, il suffit de cocher la case correspondante.

Réponse à la question A :

. . ./9

Réponse à la question B :

Cochez la case qui précède une expression correcte :

□ Les dépendances fonctionnelles mentionnées sous A constituent déjà un ensemble irréductible.

□ Les dépendances fonctionnelles mentionnées sous A ne constituent pas un ensemble irréductible.

Si vous avez coché la deuxième case, donnez ci-dessous un ensemble irréductible équivalent à l'ensemble des dépendances fonctionnelles mentionnées sous A.

Question 3 Un tuple (c, v, d, f) dans la table *LOCATIONS* indique que le client c a loué la bicyclette v du temps d jusqu'au temps f. Ici, les temps sont indiqués par le nombre de secondes écoulées depuis le 1er janvier 2026 à 00:00:00.

Un tuple (v, b, t) dans la table *UNLOCK* indique que la bicyclette v a été déverrouillée à la borne b au moment t. Un tuple (v, b, t) dans la table *LOCK* indique que la bicyclette v a été verrouillée à la borne b au moment t.

La base de données a enregistré, entre autres, que la bicyclette V123 a été déverrouillée au moment 10 000 à la borne B039, puis verrouillée de nouveau à la borne B017 au moment 10 600. On peut déduire de la table *LOCATIONS* que c'était le client C123 qui a utilisé la bicyclette pendant cet intervalle de temps.

La table *CLIENTS* donne le prénom et le nom de chaque client, ainsi que son compte bancaire à débiter pour ses locations. La table *VÉLOS* fournit le type de chaque vélo.

LOCATIONS

Client	*Vélo*	*Début*	*Fin*
C123	V123	10 000	10 600
C123	V456	11 200	12 400
C456	V123	11 200	11 800
C456	V789	15 200	15 800

UNLOCK

Vélo	*Borne*	*Temps*
V123	B039	10 000
V123	B017	11 200
V456	B050	11 200
V789	B888	15 200

LOCK

Vélo	*Borne*	*Temps*
V123	B017	10 600
V123	B040	11 800
V456	B050	12 400
V789	B017	15 800

CLIENTS

Client	*Prénom*	*Nom*	*CB*
C123	Jean	Dupont	BE68 5390 0754 7034
C456	Fred	Astaire	BE71 0961 2345 6769

VÉLOS

Vélo	*Type*
V123	C
V456	VGV
V789	C

Donnez, pour chaque table, la clé primaire, les clés étrangères et les contraintes de type `UNIQUE`, en utilisant la syntaxe vue au cours. Pour chaque expression `R FOREIGN KEY(`$\texttt{A}_1, \ldots, \texttt{A}_\texttt{n}$`) REFERENCES S`, vérifiez que la clé primaire de S contient exactement n attributs ; toute violation de cette règle entraînera une diminution de votre note.

. . ./7

Question 4 Pour la base de données de la question 3, écrivez une requête en calcul relationnel pour répondre à la question :

Donnez les noms et prénoms des clients ayant utilisé une bicyclette de chaque type.

Pour la base de données de la question 3, le résultat est :

Prénom	*Nom*
Jean	Dupont

Notez que Fred Astaire n'apparaît pas dans la réponse, car il n'a jamais utilisé une bicyclette de type VGV.

Votre requête ne peut pas contenir de chaînes de caractères représentant des types de bicyclettes, comme « VGV », mais doit déterminer les types de bicyclettes à partir de la table *VÉLOS*.

Formulez votre requête de manière à ce que sa logique soit facilement compréhensible, en veillant à la bonne imbrication des parenthèses.

Question 5 Pour la base de données de la question 3, écrivez une requête en algèbre relationnelle pour répondre à la question :

Donnez les noms et prénoms des clients n'ayant utilisé que des bicyclettes d'un même type.

Pour la base de données de la question 3, le résultat est :

Prénom	*Nom*
Fred	Astaire

Notez que Jean Dupont n'apparaît pas dans la réponse, car il a utilisé des bicyclettes de types différents.

Votre requête ne peut pas contenir de chaînes de caractères représentant des types de bicyclettes, comme « VGV », mais doit déterminer les types de bicyclettes à partir de la table *VÉLOS*.

. . ./9

Question 6 Pour tout ensemble non vide d'attributs X, on ajoute un nouvel opérateur unaire $\triangle_X$ à l'algèbre SPJRUD, défini comme suit :

Syntaxe : Si E est une expression algébrique telle que $X \subseteq sorte(E)$ et $X \neq sorte(E)$, alors $\triangle_X (E)$ est une expression algébrique telle que $sorte(\triangle_X (E)) = X$.

Sémantique : Soit $\mathcal{I}$ une instance de base de données. Soit $Y = sorte(E) \setminus X$ (on a donc $Y \neq \emptyset$). Alors $[\![\triangle_X (E)]\!]^{\mathcal{I}}$ contient chaque tuple x sur les attributs X tel que :

— il existe un tuple $t \in [\![E]\!]^{\mathcal{I}}$ tel que $t[X] = x$; et

— pour tout tuple y sur les attributs Y, s'il existe un tuple $s \in [\![E]\!]^{\mathcal{I}}$ tel que $s[Y] = y$, alors il existe un tuple $t \in [\![E]\!]^{\mathcal{I}}$ tel que $t[X] = x$ et $t[Y] = y$.

Soit X un ensemble non vide d'attributs. Cochez la case correspondant à l'affirmation correcte :

☐ $\triangle_X$ est un opérateur monotone.

☐ $\triangle_X$ est un opérateur non-monotone.

Justifiez votre choix.

. . ./3

Question 7 Soit X un ensemble non vide d'attributs. L'algèbre SPJRUD$\triangle_X$ est définie comme l'algèbre résultante de l'ajout du nouvel opérateur $\triangle_X$, tel que défini dans la question 6, à l'algèbre SPJRUD. Cochez la case qui précède une expression correcte :

□ Pour chaque expression E en SPJRUD$\triangle_X$, il existe une expression E' en SPJRUD telle que $E' \equiv E$. Le nouvel opérateur est donc redondant.

□ L'algèbre SPJRUD$\triangle_X$ est plus expressive que SPJRUD.

Argumentez votre choix. Si vous avez cochez la première case, expliquez la construction de E' à partir de E.

. . ./5

Question 8 Soit

$$\varphi = \exists x \forall z \left((\exists y \left(R(y, z) \right)) \rightarrow \forall y \left(R(z, y) \rightarrow R(x, y) \right) \right),$$

une formule en logique des prédicats du premier ordre.

Soit $\mathcal{I}$ une instance de base de données contenant la relation suivante :

R	A	B
	a	b
	a	c
	b	c
	b	d

Cochez la case qui précède une expression correcte :

- ☐ La formule φ est vraie dans $\mathcal{I}$.
- ☐ La formule φ est fausse dans $\mathcal{I}$.
- ☐ Puisque φ n'est pas *domain independent*, il n'est pas possible de savoir si φ est vraie ou fausse dans $\mathcal{I}$ sans connaître le domaine d'interprétation $\mathbf{dom}$.

Justifiez rigoureusement votre réponse.

. . ./7

Question 9 Considérez l'exécution suivante :

$$R_1(A)R_3(A)R_2(B)R_3(C)W_1(A)W_3(C)R_1(B)W_2(B)R_2(C)$$

Cochez la case qui précède une expression correcte :

- □ Cette exécution est possible en 2PL.
- □ Cette exécution n'est pas possible en 2PL.

Complétez l'exécution avec des demandes de verrous ou argumentez pourquoi cette exécution n'est pas possible en 2PL.

. . ./5

$R_1(A)$		
		$R_3(A)$
	$R_2(B)$	
		$R_3(C)$
$W_1(A)$		
		$W_3(C)$
$R_1(B)$		
	$W_2(B)$	
	$R_2(C)$	